Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Και Μηχανικών Υπολογιστών
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ
Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης

Η μέθοδος TOPSIS

Πολυκριτηριακά Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων

Ακαδημαϊκό έτος 2015-2016

Χάρης Δούκας, Πάνος Ξυδώνας, Ιωάννης Ψαρράς

Αθήνα, Μάιος 2016

Εισαγωγή

- ✓ Η μέθοδος TOPSIS αναπτύχθηκε από τους Huang και Yoon ως μία εναλλακτική λύση της μεθόδου ELECTRE.
- ✓ Η βασική έννοια αυτής της μεθόδου είναι ότι η επιλεγμένη εναλλακτική λύση πρέπει να έχει την πιο μικρή απόσταση από την αρνητική ιδανική λύση με τη γεωμετρική έννοια.
- ✓ Η μέθοδος υποθέτει ότι κάθε ιδιότητα αναπαρίσταται από μια μονότονα αυξανόμενη ή μειούμενη συνάρτηση.
- ✓ Αυτό καθιστά εύκολο τον εντοπισμό της ιδανικής και της αρνητικά ιδανικής λύσης.
- ✓ Κατά συνέπεια, η διάταξη προτίμησης των εναλλακτικών λύσεων παράγεται μέσω της σύγκρισης των ευκλείδειων αποστάσεων ανάμεσα στην εναλλακτική και στην ιδανική και αρνητικά ιδανική λύση.

C.L. Hwang, K. Yoon, Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications, Springer, Berlin Heidelberg, 1981.

Βήματα TOPSIS (1/4)

1. Δημιουργία ενός πίνακα απόδοσης. Η δομή του είναι η ακόλουθη:

Κριτήρια j

$$D = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & .. & x_{1j} & .. & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & .. & x_{2j} & .. & x_{2n} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ x_{i1} & x_{i2} & .. & x_{ij} & .. & x_{in} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ x_{m1} & x_{m2} & .. & x_{mj} & .. & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Εναλλακτικές i

Όπου:

- ✓ Ai δηλώνει τις πιθανές εναλλακτικές, i = 1, . . .,m;
- ✓ Xj αντιπροσωπεύει τις αποδόσεις που σχετίζονται με τα κριτήρια j = 1, . . ., n;
- ✓ xij είναι η απόδοση του Ai σε σχέση με το Xj .

2. Κανονικοποίηση του πίνακα απόδοσης. Ο κανονικοποιημένος πίνακας απόδοσης μπορεί να προκύψει χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}}$$

όπου rij αντιπροσωπεύει την κανονικοποιημένη απόδοση του Ai σε σχέση με το Xj .

$$R = \lfloor r_{ij} \rfloor$$

Κανονικοποιημένος Πίνακας

Βήματα TOPSIS (2/4)

3. Σταθμισμένος κανονικοποιμένος πίνακας. Πολλαπλασιασμός του κανονικοποιημένου πίνακα απόδοσης με τα σχετικά βάρη:

$$U = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & .. & w_j r_{1j} & .. & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & .. & w_j r_{2j} & .. & w_n r_{2n} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ w_1 r_{i1} & w_2 r_{i2} & .. & w_j r_{ij} & .. & w_n r_{in} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & .. & w_j r_{mj} & .. & w_n r_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & .. & u_{1j} & .. & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & .. & u_{2j} & .. & u_{2n} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ u_{i1} & u_{i2} & .. & u_{ij} & .. & u_{in} \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ u_{m1} & u_{m2} & .. & u_{mj} & .. & u_{mn} \end{bmatrix}$$

όπου w_j αντιπροσωπεύει το βάρος του X_j και u_{ij} αντιπροσωπεύει την κανονικοποιημένη απόδοση του A_i σε σχέση με το X_j για $i = 1, 2, . . .,m$ και $j = 1, 2, . . ., n$.

Βήματα TOPSIS (3/4)

4. Προσδιορισμός της ιδανικής και της αρνητικά ιδανικής επίλυσης.

Οι ιδανικές τιμές U^+ και οι αρνητικά ιδανικές τιμές U^- προκύπτουν ως εξής:

$U^+ = \{(\max u_{ij} \mid j \in J)$ ή $(\min u_{ij} \mid j \in J'), i = 1, 2, . . . ,m\}$

$$= \left(u_1^+, u_2^+, ..., u_n^+\right)$$

$U^- = \{(\min u_{ij} \mid j \in J)$ ή $(\max u_{ij} \mid j \in J'), i = 1, 2, . . . ,m\}$

$$= \left(u_1^-, u_2^-, ..., u_n^-\right)$$

όπου

$J = \{j = 1, 2, . . . , n|u_{ij}$, μια μεγαλύτερη απόδοση είναι επιθυμητή$\}$

$J' = \{j = 1, 2, . . . , n|u_{ij}$, μια μικρότερη απόδοση είναι επιθυμητή$\}$

Βήματα TOPSIS (4/4)

5. Υπολογισμός των μέτρων απόστασης. Η απόσταση κάθε εναλλακτικής από την ιδανική επίλυση S_i^+ δίνεται από:

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(u_{ij} - u_j^+\right)^2}$$

Η απόσταση κάθε εναλλακτικής από την αρνητικά ιδανική επίλυση S_i^- είναι:

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(u_{ij} - u_j^-\right)^2}$$

6. Υπολογισμός της σχετικής κοντινότητας στην ιδανική επίλυση και κατάταξη. Η σχετική κοντινότητα C_i στην ιδανική επίλυση μπορεί να εκφραστεί ως:

$$C_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}$$

Όπου:

- ✓ Ci κυμαίνεται μεταξύ του 0 και του 1.
- ✓ Όσο τείνει το Ci προς το 1, τόσο μεγαλύτερος ο βαθμός προτεραιότητας της i^{th} εναλλακτικής.
- ✓ Η καλύτερη εναλλακτική λύση είναι αυτή που έχει την πιο κοντινή απόσταση στην ιδανική λύση και τη μεγαλύτερη απόσταση στην αρνητικά ιδανική λύση.