

Κεφάλαιο 2. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

Περιεχόμενα

2.1. Εισαγωγή – Έννοιες και Χαρακτηριστικά των Συστημάτων.....	2
2.1.1 Ανάλυση χαρακτηριστικών των Συστημάτων	2
2.1.2 Πεδία της Θεωρίας Συστημάτων	3
2.2. Ταξινόμηση και μοντέλα Συστημάτων.....	5
2.2.1 Ταξινόμηση Συστημάτων.....	5
2.2.2 Μοντέλα Συστημάτων	5
2.3. Λήψη αποφάσεων στην παραγωγική διαδικασία.....	7
2.3.1 Διαμόρφωση μοντέλου συστήματος.....	7
2.3.2 Η Επιχειρησιακή Έρευνα στη λήψη Αποφάσεων	8
2.4. Ζητήματα στη λήψη αποφάσεων	10
2.5. Εργαλεία της ΕΕ - Τεχνικές επίλυσης προβλημάτων.....	12
2.5. Συστήματα Υποστήριξης αποφάσεων.....	14
2.6. Γραμμικός προγραμματισμός	16
2.7. Δένδρα αποφάσεων	18
2.8 Ερωτήσεις	19
2.9. Παραδείγματα	20
2.10. Ασκήσεις	28

2.1. Εισαγωγή – Έννοιες και Χαρακτηριστικά των Συστημάτων

Η διοίκηση της παραγωγής είναι μια διαδικασία λήψης αποφάσεων που αφορούν στο σχεδιασμό, στον προγραμματισμό και στον έλεγχο της λειτουργίας παραγωγικών συστημάτων. Η επιστημονική τεκμηρίωση των αποφάσεων αυτών αποτελεί το αντικείμενο της θεωρίας των Συστημάτων, της Επιχειρησιακής Έρευνας και των άλλων συναφών επιστημονικών προσεγγίσεων. Πιο συγκεκριμένα, η θεωρία Συστημάτων είναι μια νέα επιστήμη στα όρια μεταξύ των παραδοσιακών επιστημών, η οποία βρίσκεται συνεχώς σε εξέλιξη, αποτέλεσμα του οποίου είναι και τα μη σαφώς καθορισμένα όριά της. Βασικές έννοιες της θεωρίας Συστημάτων είναι οι έννοιες του συστήματος και του προτύπου (μοντέλου). Ως σύστημα ορίζεται ένα οργανωμένο σύνολο στοιχείων που συσχετίζονται λειτουργικά για την επίτευξη κάποιων κοινών σκοπών. Βασικά χαρακτηριστικά των συστημάτων αποτελούν ο σκοπός, το περιβάλλον, οι πόροι, τα στοιχεία και η διοίκηση.

2.1.1 Ανάλυση χαρακτηριστικών των Συστημάτων

Σκοπός ενός συστήματος είναι η επιθυμητή κατάσταση του ίδιου του συστήματος ή του περιβάλλοντός του την οποία επιδιώκει η διοίκησή του αξιοποιώντας τους διαθέσιμους πόρους. Στην περίπτωση ενός παραγωγικού συστήματος, ο σκοπός του είναι η παραγωγή προϊόντων ή και υπηρεσιών με τους όρους που θέτει η διοίκηση για την ποικιλία, το κόστος, την ποιότητα, τις προθεσμίες παράδοσης κ.λπ. Οι σκοποί ενός συστήματος διακρίνονται σε στρατηγικούς, τακτικούς και λειτουργικούς, ανάλογα με το χρονικό ορίζοντα στον οποίο αναφέρονται, τους πόρους του συστήματος που δεσμεύουν και γενικότερα τη σημασία τους για το σύστημα.

Περιβάλλον του συστήματος είναι το σύνολο των εξωτερικών παραγόντων που επηρεάζουν το σύστημα χωρίς αυτό να μπορεί να τους ελέγξει άμεσα. Στο περιβάλλον ενός παραγωγικού συστήματος ανήκουν παράγοντες, όπως οι πηγές των πρώτων υλών, ο πληθυσμός στον οποίο ανήκει το εργατικό δυναμικό του συστήματος, η εργατική νομοθεσία, οι πελάτες των προϊόντων του συστήματος, η φορολογική και εξαγωγική πολιτική της κυβέρνησης, οι νόμοι για την προστασία του περιβάλλοντος, η τεχνική υποδομή (δίκτυα συγκοινωνιών, τηλεπικοινωνιών, ενέργειας, νερού) κ.λπ. Οι παράγοντες αυτοί διαμορφώνουν τους περιορισμούς του συστήματος, δηλαδή τους όρους υπό τους οποίους είναι αναγκασμένο να λειτουργήσει το σύστημα. Αντικειμενικά όμως, οι παράγοντες αυτοί επηρεάζουν τα περιθώρια επιτυχίας του συστήματος. Γενικά, οι παράγοντες του περιβάλλοντος ενός συστήματος διακρίνονται σε πολιτικούς, οικονομικούς, κοινωνικούς και τεχνολογικούς και πρέπει να λαμβάνονται όλοι υπόψη στη διαμόρφωση της στρατηγικής του συστήματος, δηλαδή του καταλλήλου σχεδίου δράσης για το σύστημα.

Πόροι του συστήματος είναι τα μέσα (εισροές) που διαθέτει ένα σύστημα, των οποίων την ανάλωση ή το μετασχηματισμό μπορεί να ελέγξει. Πόροι ενός

παραγωγικού συστήματος είναι ο μηχανολογικός εξοπλισμός και οι εγκαταστάσεις του, οι πρώτες ύλες, το ανθρώπινο δυναμικό, τα κεφάλαια που διαθέτει κ.λπ. Οι πόροι μιας Α.Ε. εμφανίζονται στον ισολογισμό της, που δείχνει γενικά την προέλευση τους (παθητικό) και τη σύνθεσή τους (ενεργητικό) στο τέλος μιας περιόδου.

Τα **στοιχεία** ενός συστήματος είναι οι οργανωτικές μονάδες που συνεργάζονται στα πλαίσια ενός συστήματος για την επίτευξη των σκοπών του. Συνήθως τα στοιχεία ενός συστήματος απεικονίζονται στο οργανόγραμμα, όπου φαίνονται τα οργανωτικά υποσυστήματα (διευθύνσεις, τμήματα, τομείς, υπηρεσίες) και ο τρόπος που διατάσσονται και συσχετίζονται ιεραρχικά μεταξύ τους. Η τυπική αυτή απεικόνιση, βέβαια, δεν αποδίδει πάντοτε την πραγματική δομή του συστήματος καθώς συχνά λειτουργικές ή άλλες ανάγκες επιβάλλουν τη διαμόρφωση παραλλήλων άτυπων δομών που συνυπάρχουν με την τυπική (συμβούλια, επιτροπές, ομάδες εργασίας κ.λπ.).

Διοίκηση ενός συστήματος είναι η λειτουργία του σχεδιασμού, του προγραμματισμού και του ελέγχου του συστήματος ούτως ώστε να επιτευχθούν οι σκοποί του. Βασικό συστατικό της διοίκησης είναι η αρχή της ανάδρασης (feedback), η ανατροφοδότηση, δηλαδή, του αποτελέσματος κάποιας δράσης στο σύστημα. Η σύγκριση του αποτελέσματος με το στόχο της δράσης οδηγεί σε διορθωτική δράση στο σύστημα όταν υπάρχει απόκλιση του αποτελέσματος από τον στόχο. Γενικότερα, ο ρόλος της διοίκησης σε ένα σύστημα είναι να αξιοποιεί τους πόρους του συστήματος με τελικό σκοπό όχι μόνο την επιβίωση αλλά και εάν αυτό είναι δυνατόν την παραπέρα ανάπτυξή του, λαμβάνοντας υπ' όψιν τις δυνατότητες αλλά και τις αδυναμίες του συστήματος, καθώς και τις ευκαιρίες αλλά και τις απειλές που προέρχονται από το περιβάλλον.

2.1.2 Πεδία της Θεωρίας Συστημάτων

Τα πεδία της θεωρίας Συστημάτων που μπορεί κανείς να διακρίνει είναι τα εξής:

- α) τη **Γενική Θεωρία Συστημάτων**, που ασχολείται με τη διαμόρφωση γενικών αφηρημένων προτύπων για φαινόμενα της φύσης και της κοινωνίας που, αν και εμφανίζουν καταρχήν πολύ σημαντικές διαφορές, η ανάλυσή τους μπορεί να γίνει με την αναγωγή τους σε τέτοια κοινά πρότυπα.
- β) τις **Ειδικές Θεωρίες Συστημάτων**, που ασχολούνται με την εφαρμογή της Θεωρίας Συστημάτων σε μια συγκεκριμένη επιστημονική περιοχή μάλλον (π.χ. οικονομία) παρά σε ολόκληρο το φάσμα της φύσης και της κοινωνίας.
- γ) την **Ανάλυση Συστημάτων**, που συνήθως περιλαμβάνει τη μελέτη ενός φαινομένου σε μια επιστημονική περιοχή με χρήση αναλυτικών μαθηματικών προτύπων ή και προσομοίωσης. Στην Ανάλυση Συστημάτων ζητούμενο είναι να βρεθούν οι τιμές των ελεγχόμενων μεταβλητών ενός συστήματος, με τις οποίες η τιμή μιας συνάρτησης που εκφράζει το στόχο του συστήματος γίνεται βέλτιστη.

δ) τις **Εφαρμογές των Συστημάτων**, οι οποίες συνήθως αφορούν στην ποιοτική μελέτη κυρίως ανθρωπίνων ή κοινωνικών συστημάτων. Στις εφαρμογές αυτού του τύπου στόχος είναι πολύ περισσότερο η επίλυση συγκεκριμένου προβλήματος παρά η διαμόρφωση ενός μοντέλου, του οποίου η ακρίβεια μπορεί επιστημονικά να ελεγχθεί.

Η Επιχειρησιακή Έρευνα και η Διοίκηση Συστημάτων Παραγωγής, όπως φαίνεται και στην παράγραφο 2.3.2, ακολουθούν τις αρχές που ορίζονται από το πεδίο της Ανάλυσης Συστημάτων.

2.2. Ταξινόμηση και μοντέλα Συστημάτων

2.2.1 Ταξινόμηση Συστημάτων

Τα συστήματα μπορούν να ταξινομηθούν σε πολλές ομάδες, ανάλογα με τα **κοινά χαρακτηριστικά** τους.

Ως **Φυσικά** χαρακτηρίζονται τα συστήματα που δημιουργεί η φύση, όπως π.χ. ο άνθρωπος, οι φυτικοί και ζωικοί οργανισμοί ή μια αγέλη ζώων. **Τεχνητά** είναι τα συστήματα που δημιουργεί ο άνθρωπος, τα οποία μπορούν να περιλαμβάνουν και φυσικά υποσυστήματα, όπως π.χ. ένα εργοστάσιο ή ένα νοσοκομείο.

Ανοικτά είναι τα συστήματα που επικοινωνούν με το περιβάλλον με ανταλλαγή ύλης, ενέργειας ή πληροφορίας. Αντίθετα, **Κλειστά** είναι τα συστήματα που δεν επηρεάζουν ή επηρεάζονται με κανένα τρόπο από το περιβάλλον τους. Όλα τα φυσικά συστήματα είναι ανοικτά. Αυτό ισχύει επίσης για την πλειοψηφία των τεχνητών συστημάτων εκτός από ελάχιστες περιπτώσεις (π.χ. πειράματα εργαστηρίου).

Ευσταθή ονομάζονται τα συστήματα που διατηρούν τα λειτουργικά τους χαρακτηριστικά μέσα σε ελεγχόμενα όρια, ανεξάρτητα από τις τυχόν επεμβάσεις σε αυτό. **Ασταθή** είναι τα συστήματα που, για ορισμένες τιμές περιβαλλοντικών παραμέτρων, ορισμένα από τα λειτουργικά τους χαρακτηριστικά δεν ελέγχονται. (π.χ. μια απεργία των εργαζομένων σε ένα παραγωγικό σύστημα μπορεί να κάνει το σύστημα αυτό ασταθές)

Προσαρμοζόμενα είναι τα συστήματα που έχουν τη δυνατότητα με δικές τους δυνάμεις να επανέρχονται από μια κατάσταση αστάθειας σε κατάσταση ευστάθειας. **Μη προσαρμοζόμενα** ή **άκαμπτα** είναι τα συστήματα που δεν έχουν τη δυνατότητα να επανέλθουν σε κατάσταση ευστάθειας όταν αυτή διαταραχθεί.

Η ταξινόμηση των συστημάτων μπορεί να γίνει και με άλλα κριτήρια, όπως το βαθμό συγκέντρωσης του ελέγχου (**κατανεμημένα** ή **κεντρικά** συστήματα), τη σχέση μεταξύ ανεξάρτητων και εξαρτημένων μεταβλητών (**γραμμικά** ή **μη γραμμικά** συστήματα), την ύπαρξη συνέχειας στο πεδίο τιμών των μεταβλητών τους (**συνεχή** ή **ασυνεχή** συστήματα), το δομικό υλικό τους (**σκληρά** ή **μαλακά** συστήματα), το βαθμό πολυπλοκότητας και σαφήνειας που μπορεί να χαρακτηρίζει τη δομή και τη λειτουργία τους (**καλά ορισμένα** ή **ασαφή** συστήματα), τον τρόπο που μεταβάλλονται οι τιμές της μεταβλητής «χρόνος» (συστήματα **συνεχούς** ή **διακριτού χρόνου**) κ.λπ.

2.2.2 Μοντέλα Συστημάτων

Μοντέλο ή **πρότυπο** ενός συστήματος είναι η αναπαράστασή του με σκοπό την περιγραφή του, την κατανόηση της δομής και της λειτουργίας του, την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του στις επιδράσεις του περιβάλλοντος ή τη δοκιμή

εναλλακτικών σχεδίων δράσης πριν από την τελική επιλογή και την εφαρμογή τους στο σύστημα. Τα μοντέλα βοηθούν στην κατανόηση των πολύπλοκων παραγωγικών συστημάτων και είναι εξαιρετικά χρήσιμα για τη δοκιμή πολλών εναλλακτικών στρατηγικών (προς αποφυγή αρνητικών αποτελεσμάτων) στις αποφάσεις που αφορούν στα συστήματα αυτά. Τα μοντέλα μπορούν να ταξινομηθούν σε εικονικά, αναλογικά και συμβολικά.

α) **Εικονικά** είναι τα μοντέλα που διατηρούν ορισμένες φυσικές ομοιότητες με το σύστημα που αναπαριστούν (συνήθως υπό κλίμακα) και συχνά χρησιμοποιούνται για την στατική περιγραφή ενός συστήματος (π.χ. μακέτα εργοστασίου ή αεροδυναμική σήραγγα).

β) **Αναλογικά** είναι τα μοντέλα που έχουν περισσότερο νοηματική παρά φυσική αντιστοιχία με το σύστημα που αναπαριστούν (π.χ. ηλεκτρικό δίκτυο, το οποίο χρησιμοποιείται για τη μελέτη οδικού δικτύου και στο οποίο οι παραγωγικοί πόροι του συστήματος συμβολίζονται με πυκνωτές, η κατανάλωση με αντιστάσεις κ.τ.λ.). Τα αναλογικά μοντέλα διακρίνονται σε στατικά (π.χ. ο χάρτης μιας πόλης) και σε δυναμικά (π.χ. ένα πραγματικό ηλεκτρικό ανάλογο της οδικής κυκλοφορίας που χρησιμοποιείται για τη μελέτη των δυναμικών φαινομένων σε ένα οδικό δίκτυο).

γ) **Συμβολικά** ή **μαθηματικά** είναι τα μοντέλα που χρησιμοποιούν έννοιες της μαθηματικής ανάλυσης (π.χ. έννοιες μαθηματικής μεταβλητής ή σταθεράς, συνόλου, εξίσωσης κ.λπ.) για να αναπαραστήσουν ένα σύστημα. Τα μοντέλα αυτά είναι τα πιο ευέλικτα και χρησιμοποιούνται πλέον και στη διοίκηση συστημάτων. Τα συμβολικά μοντέλα διακρίνονται σε στατικά (όταν αναφέρονται σε μια δεδομένη χρονική περίοδο) και δυναμικά (όταν οι μεταβλητές εκφράζονται ως συναρτήσεις του χρόνου). Επιπλέον διακρίνονται σε προσδιοριστικά (deterministic), όταν το μοντέλο περιγράφει ένα σύστημα όπου σε κάθε αίτιο αντιστοιχεί ένα μόνο αποτέλεσμα, ή πιθανολογικά (probabilistic), όταν περισσότερα από ένα αποτελέσματα είναι πιθανά. Τέλος, τα μοντέλα αυτά διακρίνονται και σε περιγραφικά (descriptive), όταν περιγράφουν τη δομή και τη λειτουργία ενός συστήματος, ή δεοντολογικά (prescriptive ή normative), όταν προσδιορίζουν μια σκόπιμη δομή ή λειτουργία.

2.3. Λήψη αποφάσεων στην παραγωγική διαδικασία

Η λήψη αποφάσεων στη διοίκηση παραγωγικών συστημάτων είναι μια διαδικασία που περιλαμβάνει:

- α) την αναγνώριση μιας κατάστασης που απαιτεί απόφαση σχετικά με κάποια δράση που πρέπει να αναληφθεί (π.χ. για αντιμετώπιση απειλής ή βελτίωση απόδοσης συστήματος),
- β) τη διαμόρφωση εναλλακτικών σχεδίων δράσης που είναι πιθανό να οδηγήσουν στην εκπλήρωση του στόχου,
- γ) την αξιολόγησή τους με βάση κάποια κριτήρια,
- δ) την επιλογή ενός από αυτά τα σχέδια (κατά τεκμήριο, εκείνου που ικανοποιεί στο μεγαλύτερο βαθμό τα κριτήρια αξιολόγησης),
- ε) την εφαρμογή αυτού του σχεδίου.

2.3.1 Διαμόρφωση μοντέλου συστήματος

Η διαδικασία λήψης αποφάσεων στην διοίκηση παραγωγικών συστημάτων είναι φανερό ότι διευκολύνεται με την χρήση ενός καταλλήλου μοντέλου. Η διαμόρφωση ενός τέτοιου μοντέλου περιλαμβάνει τον προσδιορισμό:

- α) Των **ελεγχόμενων μεταβλητών** του συστήματος (π.χ. αριθμός εργαζομένων, ύψος παραγωγής κ.λπ.), καθώς και των παραμέτρων του περιβάλλοντος που επηρεάζουν το σύστημα στο συγκεκριμένο πρόβλημα για το οποίο απαιτείται λήψη απόφασης (π.χ. ζήτηση προϊόντων).
- β) Των **σταθερών χαρακτηριστικών** του συστήματος (π.χ. ανάλωση πρώτων υλών ανά μονάδα παραγόμενου προϊόντος).
- γ) Των **σχέσεων** μεταξύ των μεταβλητών και των σταθερών του συστήματος, που περιγράφουν τη λειτουργία του συστήματος υπό τους περιορισμούς του περιβάλλοντος, των διαθέσιμων πόρων, της διάρθρωσης του συστήματος και της χρησιμοποιούμενης τεχνολογίας.
- δ) Της **αντικειμενικής συνάρτησης** (objective function), δηλαδή μιας συνάρτησης των ελεγχόμενων μεταβλητών που περιγράφει την απόδοση του συστήματος που θέλει να ελέγξει η διοίκηση (κέρδος, κόστος). Στα προβλήματα αποφάσεων επιζητείται ο προσδιορισμός των τιμών των ελεγχόμενων μεταβλητών, ώστε να βελτιστοποιείται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή να μεγιστοποιείται ή να ελαχιστοποιείται ανάλογα με την περίπτωση.

Η διαμόρφωση του μοντέλου είναι ένα δύσκολο έργο που, αν αποτύχει, οδηγεί στη λήψη λαθεμένων αποφάσεων. Ο αναλυτής ενός συστήματος διατρέχει τον κίνδυνο να βρει τη σωστή λύση σε λάθος πρόβλημα (αν το μοντέλο δεν είναι ορθή αναπαράσταση του προβλήματος αλλά η μέθοδος βελτιστοποίησης της

αντικειμενικής συνάρτησης είναι ορθή) ή λάθος λύση σε σωστό πρόβλημα (αν συμβαίνει το αντίθετο). Εκτός των άλλων, ο αναλυτής πρέπει να φροντίσει για την ελάττωση των διαστάσεων του προβλήματος, δηλαδή τον περιορισμό των μεταβλητών σε εκείνες που είναι πράγματι σημαντικές για το πρόβλημα, δεδομένου ότι από αυτό εξαρτάται το κόστος επίλυσής του. Αυτό γίνεται φανερό αν ληφθεί υπ' όψιν ο όγκος των στοιχείων και το κόστος συλλογής τους που αντιστοιχεί σε υπερβολικά μεγάλο μοντέλο.

Η μέθοδος των **διαδοχικών προσεγγίσεων** ή **δοκιμής – λάθους** είναι η μέθοδος που επιτρέπει τη διαμόρφωση ενός αξιόπιστου μοντέλου μέσα από διαδικασία μάθησης και προσαρμογής στην πραγματική φύση του συστήματος.

2.3.2 Η Επιχειρησιακή Έρευνα στη λήψη Αποφάσεων

Η **Επιχειρησιακή Έρευνα**, σύμφωνα με την Βρετανική Εταιρεία Επιχειρησιακών Ερευνών, ορίζεται ως η εφαρμογή της σύγχρονης επιστήμης σε πολύπλοκα προβλήματα που ανακύπτουν κατά τη διεύθυνση και διοίκηση μεγάλων συστημάτων που αποτελούνται από ανθρώπους, μηχανές, υλικά και κεφάλαια, στη βιομηχανία, στις κυβερνητικές υπηρεσίες και την άμυνα. Η μέθοδος που τη χαρακτηρίζει είναι η ανάπτυξη επιστημονικού μοντέλου για το σύστημα που μελετάται, που περιλαμβάνει μετρήσεις τυχαίων παραγόντων, με το οποίο προβλέπονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα εναλλακτικών αποφάσεων, στρατηγικών και ελέγχων. Ο σκοπός της είναι να βοηθήσει τη διοίκηση να καθορίσει την πολιτική και τις ενέργειες της επιστημονικά (κατά το βέλτιστο τρόπο).

Οι πρώτες απόπειρες επίλυσης προβλημάτων με τη βοήθεια της επιχειρησιακής έρευνας έγιναν το 1917 από τον Erlang, ο οποίος μελετούσε προβλήματα σχετικά με το χρόνο απασχόλησης των τηλεφώνων, και το 1920 από τον Horace Levenson, ο οποίος ασχολήθηκε με τη μελέτη προβλημάτων πωλήσεων και εμπορίου. Αυτές οι απόπειρες αφορούσαν σε μη στρατιωτικά προβλήματα. Η πρώτη χρήση του όρου 'επιχειρησιακή έρευνα' έγινε κατά την ανάπτυξη και τελειοποίηση διαφόρων τύπων radars από το Κέντρο Ερευνών Αγγλικού Υπουργείου Άμυνας το 1937-39.

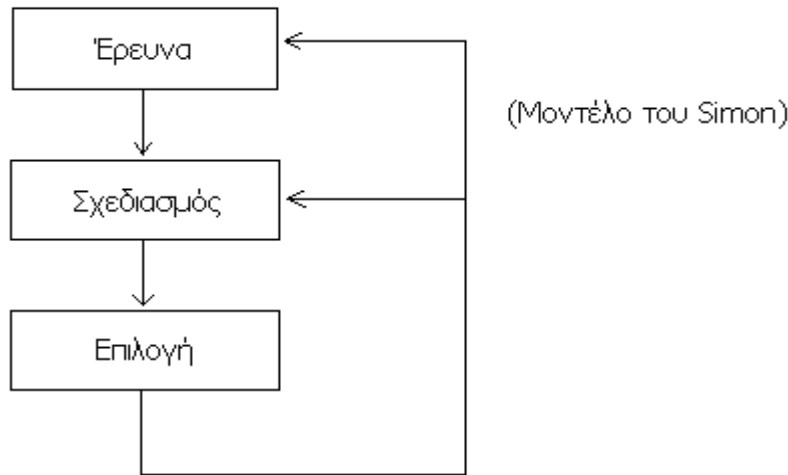
Βασικό στοιχείο της επιχειρησιακής έρευνας είναι η συγκρότηση ομάδων με διεπιστημονική σύνθεση που είναι απαραίτητη για να αντιμετωπιστούν τα σύνθετα πρακτικά προβλήματα. Τα περισσότερα προβλήματα που αντιμετωπίζονται στην πράξη έχουν περισσότερες από μία όψεις: έχουν διαστάσεις τεχνικές, οικονομικές, κοινωνικές, νομικές, ψυχολογικές κ.λπ. Για την επίλυσή τους, συνεπώς, απαιτείται η συνεργασία των χρηστών του συστήματος και των φορέων που πρόκειται να υλοποιήσουν αποφάσεις ή να επηρεαστούν από αυτές.

Βασικό στοιχείο της επιχειρησιακής έρευνας είναι επίσης η διαμόρφωση ενός μαθηματικού μοντέλου του προβλήματος του οποίου η λύση επιδιώκεται. Ανάλογα με τον τύπο των προβλημάτων που αντιμετωπίζονται στην πράξη, έχουν

μελετηθεί διάφορα μοντέλα και έχουν αναπτυχθεί αντίστοιχες τεχνικές για τη βελτιστοποίησή τους. Οι τεχνικές αυτές αναφέρονται σε επόμενη παράγραφο.

2.4. Ζητήματα στη λήψη αποφάσεων

Οι φάσεις που ακολουθούνται για τη λήψη αποφάσεων παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 2.1) και αποτελούνται από την Έρευνα, τον Σχεδιασμό και την Επιλογή της απόφασης (μοντέλο του Simon).



Σχήμα 2.1 - Φάσεις που ακολουθούνται για τη λήψη αποφάσεων

Η βάση για την κατάταξη μιας απόφασης στη θεωρία των αποφάσεων είναι η ποσότητα των διαθέσιμων πληροφοριών σχετικά με την πιθανότητα να προκύψουν βασικές εναλλακτικές επιλογές. Υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες προβλημάτων αποφάσεων σε αυτόν τον τομέα: η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον **βεβαιότητας** και η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον **αβεβαιότητας**. Η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον βεβαιότητας σημαίνει ότι για κάθε απόφαση υπάρχει μόνο μία έκβαση και συνεπώς μόνο ένα αποτέλεσμα για κάθε ενέργεια. Η βεβαιότητα δίνει τη δυνατότητα επιλογής της βέλτιστης λύσης μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών. Η λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον αβεβαιότητας, που είναι περισσότερο συνηθισμένο στην πραγματικότητα, σημαίνει ότι υπάρχουν αρκετές εκβάσεις για κάθε ενέργεια μαζί με τη πιθανότητα εμφάνισής της. Λόγω της αβεβαιότητας υπάρχει αδυναμία εφαρμογής κριτηρίων βελτιστοποίησης και πρέπει να καθοριστεί η πιθανότητα κάθε εναλλακτικής επιλογής, όπως φαίνεται και στο παρακάτω πίνακα (πίνακας 2.1). Το αναμενόμενο κέρδος προκύπτει ως η πιθανότητα κάθε εναλλακτικής επιλογής πολλαπλασιασμένη με το κέρδος που αυτή θα αποφέρει.

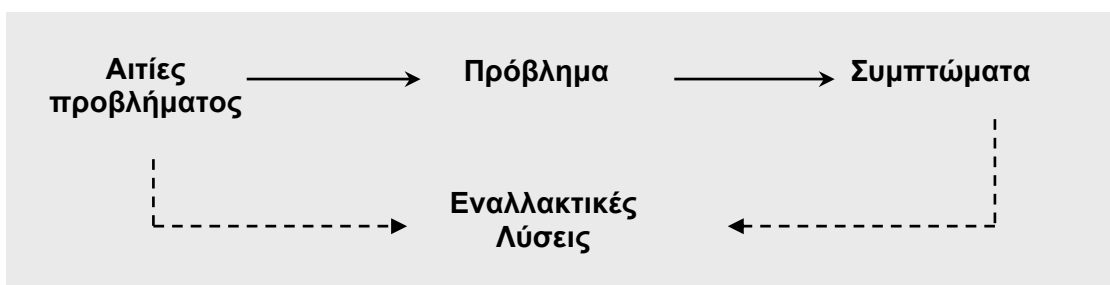
Εναλλακτικές επιλογές	Πιθανότητα x Κέρδος = Αναμενόμενο Κέρδος
Επιλογή 1	$0.01 \times 10.000 = 100$
Επιλογή 2	$0.50 \times 400 = 200$

Πίνακας 2.1 - Λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον αβεβαιότητας

Οι αποφάσεις μπορεί να είναι είτε **προγραμματιζόμενες** είτε **μη προγραμματιζόμενες**. Οι προγραμματιζόμενες αποφάσεις είναι αυτές των οποίων η διαδικασία λήψης μπορεί να αυτοματοποιηθεί, ενώ μη προγραμματιζόμενες είναι αυτές, τμήμα των οποίων αυτοματοποιείται ενώ για το υπόλοιπο απαιτείται ανθρώπινη παρέμβαση. Όταν οι αποφάσεις είναι μη προγραμματιζόμενες υπεισέρχεται πάντοτε ο ανθρώπινος παράγοντας της υποκειμενικότητας στη λήψη της απόφασης. Σε πολλές περιπτώσεις μάλιστα, η λήψη της απόφασης γίνεται υπό καθεστώς πίεσης, γεγονός που αλλοιώνει περισσότερο την αντικειμενικότητά της.

Τα μοντέλα λήψης αποφάσεων μπορούν να χωριστούν στα κλασσικά οικονομικά μοντέλα, στα στρατηγικά μοντέλα και στα μοντέλα ανθρώπινης συμπεριφοράς. Τα **κλασσικά οικονομικά μοντέλα** χαρακτηρίζονται από αποφάσεις βεβαιότητας και στοχεύουν στη μεγιστοποίηση του κέρδους. Αντιθέτως τα **στρατηγικά μοντέλα** χαρακτηρίζονται από αποφάσεις αβεβαιότητας ο στόχος των οποίων μεταβάλλεται συνεχώς. Στα **μοντέλα ανθρώπινης συμπεριφοράς** υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες γίνεται διαρκής επανεξέταση των εναλλακτικών αλλά και της προτεινόμενης απόφασης, ακόμη και μετά τη λήψη της απόφασης. Σε άλλες περιπτώσεις αυτά υπάρχει απροθυμία μεταβολής της απόφασης μετά τη διαδικασία λήψης και ανακοίνωσής της (ακόμη και αν αργότερα εμφανιστούν λόγοι που πιθανόν να τεκμηριώνουν την ανάγκη μεταβολής της αρχικής απόφασης).

Όταν η λήψη απόφασης γίνεται σε οργανισμούς είναι επόμενο να υπάρχει ποικιλία διαφορετικών απόψεων. Αυτό οδηγεί μεν σε πολλές εναλλακτικές λύσεις, ωστόσο η κύρια πολιτική σε οργανισμούς είναι συνήθως η αποφυγή της αβεβαιότητας. Για το λόγο αυτό γίνεται αναζήτηση της βέλτιστης απόφασης με βάση το πρόβλημα που έχει δημιουργηθεί, καθώς και τα συμπτώματα που αυτό παρουσιάζει. Το παρακάτω σχήμα (σχήμα 2.2) παρουσιάζει τη διαδικασία αυτή.



Σχήμα 2.2 - Αναζήτηση βέλτιστης απόφασης με βάση το πρόβλημα και τα συμπτώματα

2.5. Εργαλεία της ΕΕ - Τεχνικές επίλυσης προβλημάτων

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων στην Επιχειρησιακή Έρευνα είναι οι ακόλουθες:

α) Μαθηματικός Προγραμματισμός

Ο μαθηματικός προγραμματισμός είναι ένα σύνολο μαθηματικών τεχνικών που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων κατανομής πόρων σε διάφορες δραστηριότητες. Τα προβλήματα αυτά προκύπτουν όταν οι διαθέσιμοι πόροι (κεφάλαια, πρώτες ύλες, μηχανολογικός εξοπλισμός, κ.λπ.) είναι περιορισμένοι. Με τις τεχνικές του Μαθηματικού Προγραμματισμού οι διαθέσιμοι πόροι κατανέμονται σε μια σειρά από δραστηριότητες με τρόπο που να προκύπτει η μέγιστη ωφέλεια. Στις τεχνικές αυτές περιλαμβάνονται ο Γραμμικός Προγραμματισμός (γραμμικές σχέσεις μεταβλητών), ο Τετραγωνικός Προγραμματισμός (οι μεταβλητές εμφανίζονται με τα τετράγωνα τους στις σχέσεις που τις συνδέουν), ο Ακέραιος Προγραμματισμός (οι μεταβλητές πρέπει, όλες ή μερικές από αυτές, να παίρνουν ακέραιες τιμές) και ο Στοχαστικός Προγραμματισμός (για προβλήματα όπου οι σχέσεις των μεταβλητών είναι πιθανολογικές).

β) Μήτρα Αποφάσεων

Η μήτρα αποφάσεων ενός προβλήματος ανάλυσης είναι ουσιαστικά ένας πίνακας, ο οποίος περιέχει τις δυνατές δράσεις και απεικονίζει τα αναμενόμενα κέρδη για κάθε δυνατή δράση. Έτσι, ανάλογα με το αναμενόμενο κέρδος για κάθε δράση, μπορούν να αξιολογηθούν οι αποφάσεις και να ληφθεί η πιο κερδοφόρα.

γ) Δένδρα αποφάσεων

Δένδρο αποφάσεων είναι μία μέθοδος που χρησιμοποιείται για λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον αβεβαιότητας. Πρόκειται για διαγραμματική απεικόνιση μιας κατάστασης αποφάσεων. Το δένδρο αποφάσεων είναι μία γενική μέθοδος για ευρύ φάσμα αποφάσεων της διοίκησης παραγωγικών συστημάτων, όπως η επέκταση της παραγωγικής ικανότητας, ο σχεδιασμός προϊόντος, η διαχείριση των διαδικασιών, η επιλογή της θέσης εγκατάστασης, κ.λπ.

δ) Προσομοίωση (simulation)

Τεχνική που χρησιμοποιείται για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων αποφάσεων, ιδίως όταν δεν μπορούν να λυθούν με μαθηματική ανάλυση. Η επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος πραγματοποιείται με την κατασκευή ενός μοντέλου που αναπαριστάνει τη λογική δομή του προβλήματος. Το μοντέλο εισάγεται στον Η/Υ και δοκιμάζεται σε σχέση με διάφορους εναλλακτικούς τρόπους δράσης. Η μελέτη του προβλήματος πραγματοποιείται συνήθως με την χρησιμοποίηση τυχαίων αριθμών που παράγονται στον Η/Υ με την μέθοδο Monte Carlo. Οι τυχαίοι αυτοί αριθμοί αντιστοιχούν σε πιθανότητες εμφάνισης συγκεκριμένων τιμών εισροών του συστήματος.

ε) **Θεωρία Παιγνίων**

Εξετάζει τα προβλήματα ανταγωνισμού, δηλαδή ύπαρξης δύο ή περισσότερων μερών με συγκρουόμενα συμφέροντα. Στα προβλήματα αυτά οι ανεξάρτητες μεταβλητές σε ένα πρόβλημα αποφάσεων για κάθε μέρος ελέγχονται από τα υπόλοιπα μέρη, που αντιμετωπίζουν το ίδιο πρόβλημα απόφασης και επιδιώκουν να το λύσουν προς το συμφέρον τους. Έτσι, ο όρος «παίγνιο» αντιστοιχεί σε μια ανταγωνιστική κατάσταση, ενώ «παίκτες» είναι οι ανταγωνιστές, καθένας από τους οποίους έχει να επιλέξει από έναν αριθμό εναλλακτικών τρόπων δράσης. Λύση του προβλήματος είναι η εύρεση της καλύτερης στρατηγικής για κάθε παίκτη και της αξίας του παιγνίου, δηλαδή των κερδών και ζημιών που προκύπτουν για τον καθένα.

στ) **Θεωρία δικτύων**

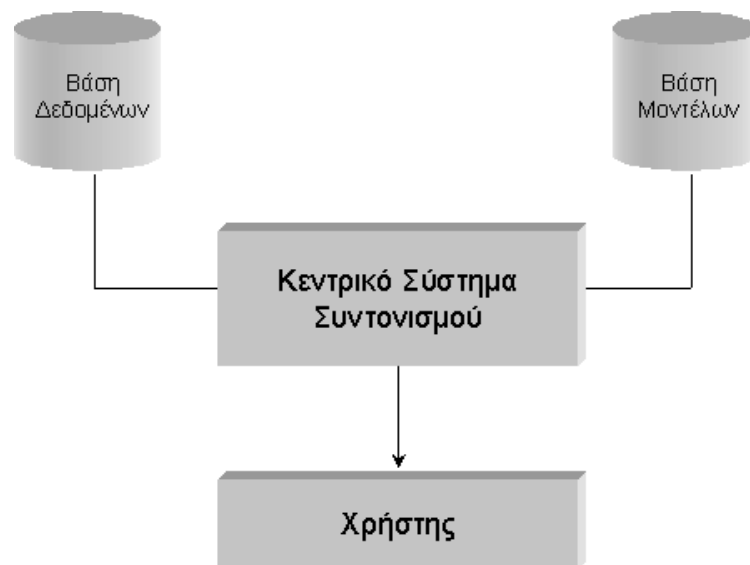
Αφορά προβλήματα που μπορούν να εξομοιωθούν με δίκτυα, δηλαδή σύνολα κόμβων που διασυνδέονται με προσανατολισμένα τόξα. Με τα δίκτυα παριστάνονται δραστηριότητες που συσχετίζονται λογικά μεταξύ τους και έχουν κάποιο κόστος και κάποια διάρκεια. Για παράδειγμα, με τη «μέθοδο της κρίσιμης διαδρομής», η οποία χρησιμοποιεί στοιχεία της θεωρίας δικτύων, λύνονται προβλήματα χρονικού προγραμματισμού σύνθετων έργων που εμφανίζονται στις κατασκευές, στην έρευνα και ανάπτυξη, στην προπαρασκευή προσφορών σε διαγωνισμούς, στην προώθηση νέων προϊόντων, κ.λπ. Βασική υπόθεση είναι ότι οι χρόνοι εκτέλεσης των επιμέρους δραστηριοτήτων του έργου μπορούν να προβλεφθούν με ακρίβεια. Αν δεν συμβαίνει αυτό, χρησιμοποιείται η μέθοδος PERT (Project Evaluation and Review Technique), όπου χρησιμοποιούνται πιθανολογικές εκτιμήσεις για τη διάρκεια εκτέλεσης των δραστηριοτήτων. Με τις μεθόδους αυτές προσδιορίζεται ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση του έργου και οι κρίσιμες δραστηριότητες, δηλαδή εκείνες από την έγκαιρη εκτέλεση των οποίων εξαρτάται η τήρηση του ελαχίστου χρόνου. Γενικότερα, με τις μεθόδους αυτές είναι δυνατή η παρακολούθηση και ο έλεγχος της προόδου ενός έργου με τρόπο που να ελαχιστοποιείται το κόστος του.

ζ) **Στατιστικές Μέθοδοι**

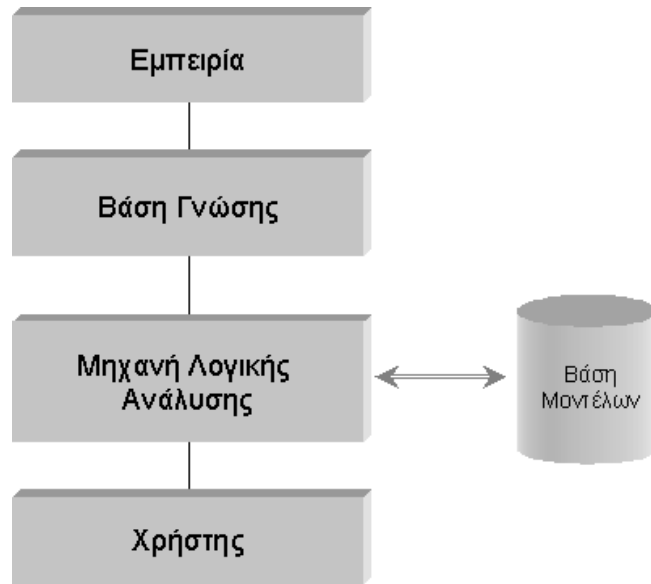
Οι στατιστικές μέθοδοι περιλαμβάνουν πολλές θεωρίες, όπως οι θεωρία Αναμονής, η Δειγματοληψία, η Ανάλυση Διασποράς Πιθανότητας, η Ανάλυση Συσχέτισης και ο Έλεγχος Υπόθεσης. Για παράδειγμα, η θεωρία Αναμονής χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση προβλημάτων εξυπηρέτησης σειρών αναμονής. Τέτοια προβλήματα εμφανίζονται συχνά στην παραγωγή (θυρίδες ταμείων, τηλεφωνικά κέντρα κ.λπ.). σε ένα τυπικό τέτοιο πρόβλημα αναμονής τυπικά δεδομένα είναι ο χρόνος άφιξης των πελατών και η διάρκεια εξυπηρέτησής τους και ζητείται η δυναμικότητα του συστήματος (πλήθος κέντρων εξυπηρέτησης στο συγκεκριμένο παράδειγμα), ώστε να βελτιστοποιείται η λειτουργία με κριτήριο το συνολικό κόστος.

2.5. Συστήματα Υποστήριξης αποφάσεων

Στο σχήμα 2.3 παρουσιάζεται ένα κλασσικό σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, το οποίο αποτελείται από τη βάση δεδομένων, τη βάση μοντέλων, το κεντρικό σύστημα συντονισμού και τον χρήστη. Τα κλασσικά συστήματα υποστήριξης αποφάσεων χρησιμοποιούν κλασσικές μεθόδους ανάλυσης προβλημάτων, όπως γραμμικό προγραμματισμό και δένδρα αποφάσεων για να καταλήξουν σε συγκεκριμένες αποφάσεις. Σε αντίθεση με τα κλασσικά συστήματα, τα έμπειρα συστήματα (σχήμα 2.4) λαμβάνουν υπόψη τους την εμπειρία από προηγούμενη υποστήριξη αποφάσεων για να καταλήξουν σε συμπεράσματα και αποφάσεις που έχει αποδειχθεί εμπειρικά ότι έχουν ωφελήσει. Για να το πετύχουν αυτό, αξιοποιούν σε μεγάλο βαθμό την τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών μέσω καταλλήλων υπολογιστικών εργαλείων. Τα υπολογιστικά αυτά εργαλεία περιέχουν μοντέλα προσομοίωσης, ανάλυσης και βελτιστοποίησης αποφάσεων με χρήση γνώσης και εμπειρίας από το παρελθόν.



Σχήμα 2.3 - Κλασσικό Σύστημα Υποστήριξης αποφάσεων



Σχήμα 2.4 - Έμπειρο Σύστημα Υποστήριξης αποφάσεων

Τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων μπορούν να χωριστούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

- Συστήματα File Drawer
- Συστήματα Ανάλυσης Δεδομένων
- Συστήματα Ανάλυσης Πληροφορίας
- Λογιστικά Μοντέλα
- Μοντέλα Αναπαράστασης (Προσομοίωση)
- Μοντέλα Υπόδειξης
- Μοντέλα Βελτιστοποίησης

Επίσης τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων μπορεί να είναι είτε χειρογραφικά (manually) είτε μηχανογραφικά.

Η ανάπτυξη μηχανογραφημένων συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων υπάρχει όταν:

- Τα δεδομένα είναι πολύπλοκα.
- Απαιτούνται πολλές επαναλήψεις της μεθόδου μέχρι την επίτευξη ικανοποιητικής λύσης.
- Απαιτείται συχνή επανα-ανάλυση.

Οι μέθοδοι που ακολουθούνται για την ανάπτυξη μηχανογραφημένων συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων είναι τόσο οι κλασσικές (ανάλυση απαιτήσεων, σχεδίαση, ανάπτυξη και επικύρωση) όσο και πιο σύγχρονες (επαναληπτική ανάπτυξη, πρωτοτυποποίηση, κ.λπ.)

2.6. Γραμμικός προγραμματισμός

Γραμμικός προγραμματισμός (Linear Programming – LP) είναι μία μαθηματική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων που αφορούν την ανάθεση πεπερασμένων πόρων σε ανταγωνιστικές απαιτήσεις, κατά τρόπο βέλτιστο. Πόροι μπορεί να είναι ο χρόνος, το χρήμα ή τα υλικά, τα δε όρια αυτών είναι γνωστά ως περιορισμοί. Ουσιαστικά πρόκειται για τον καθορισμό της βέλτιστης απόφασης που επιλέγεται ανάμεσα από πολλές πιθανές αποφάσεις. Βέλτιστη απόφαση είναι αυτή που ικανοποιεί το συγκεκριμένο στόχο της εταιρείας, στα πλαίσια των διαφόρων περιορισμών που ισχύουν. Η βέλτιστη απόφαση αποφέρει το μεγαλύτερο κέρδος, μικτό περιθώριο ή έσοδα ή το χαμηλότερο κόστος. Ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού αποτελείται από δύο σημαντικά συστατικά:

α) την αντικειμενική συνάρτηση $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$, η βελτιστοποίηση της οποίας επιζητείται και

β) τους περιορισμούς $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

...

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m,$$

οι οποίοι πρέπει να ικανοποιούνται.

Όπως φαίνεται, τόσο η αντικειμενική συνάρτηση, όσο και οι περιορισμοί πρέπει να είναι σε γραμμική μορφή.

Το πρόβλημα του Διαιτολογίου είναι ένα κλασικό πρόβλημα το οποίο μπορεί να επιλυθεί χρησιμοποιώντας γραμμικό προγραμματισμό. Θεωρούμε το πρόβλημα ενός οικογενειάρχη που επιθυμεί να προγραμματίσει την εβδομαδιαία αγορά σε τρόφιμα. Το κατάστημα τροφίμων διαθέτει ποικιλία n τροφών κάθε μία από τις οποίες περιέχει τουλάχιστον ένα από m θρεπτικά συστατικά.

Έστω: a_{ij} = το ποσοστό του i συστατικού στην τροφή j $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$

r_i = η εβδομαδιαία ανάγκη σε συστατικό τύπου i $i = 1, \dots, m$

x_j = η εβδομαδιαία κατανάλωση τροφής τύπου j $j = 1, \dots, n$

c_j = το μοναδιαίο κόστος της τροφής τύπου j $j = 1, \dots, n$

Η εβδομαδιαία κατανάλωση τροφής j αντιπροσωπεύεται από το διάνυσμα $x_j \geq 0$. Η ικανοποίηση των διατροφολογικών απαιτήσεων αντιπροσωπεύεται από το διάνυσμα $Ax \geq r$. Το συνολικό κόστος αγοράς τροφίμων αντιπροσωπεύεται από το διάνυσμα $c'x$. Εάν θελήσουμε, λοιπόν, να βρούμε τον οικονομικότερο συνδυασμό

τροφών που να εξασφαλίζει ταυτόχρονα διαιτολογική πληρότητα, χρειάζεται να θεωρήσουμε το εξής μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού:

$$\min c_x$$

$$A_x \geq r$$

$$x_j \geq 0$$

Η μορφή του παραπάνω μοντέλου που καταστρώθηκε για το πρόβλημα του Διαιτολογίου ονομάζεται **κανονική** (*canonical form*).

Η μορφή ενός μοντέλου Γραμμικού Προγραμματισμού :

$$\min c_x$$

$$A_x = b$$

$$x_j \geq 0$$

ονομάζεται **τυπική** (*standard form*). Οι δύο παραπάνω μορφές είναι ισοδύναμες.

Στην παράγραφο 2.9 υπάρχουν μερικά ακόμα παραδείγματα γραμμικού προγραμματισμού και παρουσιάζεται η γραφική μέθοδος επίλυσης των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

2.7. Δένδρα αποφάσεων

Όπως προαναφέρθηκε, το δένδρο αποφάσεων χρησιμοποιείται για λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον αβεβαιότητας και πρόκειται ουσιαστικά για διαγραμματική απεικόνιση μιας κατάστασης αποφάσεων. Για παράδειγμα, μια εταιρεία μπορεί να επεκτείνει μια εγκατάσταση και μερικά χρόνια αργότερα να διαπιστώσει ότι η ζήτηση είναι πολύ μεγαλύτερη από ότι είχε αρχικά προβλεφθεί. Στην περίπτωση αυτή, χρειάζεται μάλλον μια δεύτερη απόφαση για να καθοριστεί εάν πρέπει να γίνει μία ακόμη επέκταση ή να ιδρυθεί ένα δεύτερο εργοστάσιο.

Όπως και στην περίπτωση της μεθόδου του πίνακα αποφάσεων, το δένδρο αποφάσεων αποτελείται από εναλλακτικές αποφάσεις, αντικειμενικές καταστάσεις, πιθανότητες σε σχέση με τις αντικειμενικές καταστάσεις και υποθετικά αποτελέσματα. Παρουσιάζει γραφικά:

- Κόμβους, οι οποίοι αντιστοιχούν σε σημεία αποφάσεων, από όπου ξεκινούν διακλαδώσεις και οι οποίοι εκφράζουν τις εναλλακτικές αποφάσεις.
- Την πιθανότητα κάθε αντικειμενικής κατάστασης. Η πιθανότητα p απεικονίζεται πάνω από κάθε παρακλάδι. Το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων θα πρέπει να είναι 1,0.
- Το αποτέλεσμα της απόφασης, το οποίο είναι η έκβαση κάθε πιθανού συνδυασμού εναλλακτικής απόφασης-γεγονότος που παρουσιάζεται στο τέλος κάθε συνδυασμού.

Θεώρημα Bayes

Σύμφωνα με το θεώρημα Bayes, το οποίο εκφράζει την προσδόκιμη τιμή του κέρδους, επιλέγεται η δράση που μεγιστοποιεί την προσδόκιμη τιμή του κέρδους. Δηλαδή, για κάθε δυνατή δράση υπολογίζεται η προσδόκιμη τιμή κέρδους αθροίζοντας το κέρδος για κάθε κατάσταση ανάλογα με την πιθανότητα εμφάνισής της. Η δράση που αντιστοιχεί στη μέγιστη προσδόκιμη τιμή κέρδους είναι αυτή που εν τέλει επιλέγεται. Η προσδόκιμη τιμή κέρδους ΠΤΚ (a_j) για κάθε δράση a_j δίνεται από τον τύπο:

$$\text{ΠΤΚ}(a_j) = \sum (K_{ij})(P_j)$$

όπου K_{ij} : Κέρδος δράσης a_i για j κατάσταση

P_j : Πιθανότητα εμφάνισης j κατάστασης

Στην παράγραφο 2.9 υπάρχουν μερικά απλά παραδείγματα χρήσης των δέντρων αποφάσεων στην διαδικασία λήψης αποφάσεων.

2.8 Ερωτήσεις

1. Ποια είναι τα κυριότερα χαρακτηριστικά των συστημάτων;
2. Ποια είναι τα πεδία της θεωρίας Συστημάτων;
3. Πως μπορούν να ταξινομηθούν τα Συστήματα; Να δοθούν παραδείγματα.
4. Τι είναι μοντέλο Συστημάτων και πως μπορούν να ταξινομηθούν τα μοντέλα;
5. Τι περιλαμβάνει η λήψη αποφάσεων;
6. Πως διαμορφώνεται το μοντέλο ενός συστήματος;
7. Τι είναι η Επιχειρησιακή Έρευνα και ποιος είναι ο σκοπός της;
8. Ποιες τεχνικές χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων στην Επιχειρησιακή Έρευνα;
9. Τι σημαίνει λήψη αποφάσεων σε περιβάλλον βεβαιότητας και τι σε περιβάλλον αβεβαιότητας;
10. Σε τι κατηγορίες χωρίζονται τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων και πως αναπτύσσονται;
11. Τι είναι γραμμικός προγραμματισμός και πως διατυπώνεται;
12. Τι είναι δένδρο αποφάσεων, που χρησιμεύει και πως απεικονίζεται;

2.9. Παραδείγματα

Παράδειγμα 2.1 Παραγωγή δύο τύπων προϊόντων (Γραμμικός Προγραμματισμός)

Έστω ότι μια επιχείρηση με 4 τμήματα κατασκευάζει δύο τύπους προϊόντων, το DW 501 και το DW 502. Δίνονται εν συνεχεία ο απαιτούμενος χρόνος κατασκευής σε κάθε τμήμα και ο μέγιστος χρόνος λειτουργίας κάθε τμήματος, καθώς και το κέρδος από κάθε τύπο προϊόντος.

Τμήμα	Απαιτούμενος χρόνος κατασκευής (h)	
	DW 501	DW 502
1	50	70
2	66	33
3	45	-
4	-	30

Τμήμα	Μέγιστος χρόνος λειτουργίας (h)
1	2000
2	1800
3	1500
4	1500

Τύπος	Κέρδος επιχείρησης
1	9000
2	7500

Τότε το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού προκύπτει ως εξής:

$$50 X_1 + 70 X_2 \leq 2000$$

$$66 X_1 + 33 X_2 \leq 1800$$

$$45 X_1 \leq 1500$$

$$30 X_2 \leq 1500$$

$$\max Z = 9000X_1 + 7500X_2$$

Παράδειγμα 2.2 Παραγωγή δύο τύπων προϊόντων (Γραμμικός Προγραμματισμός)

Τμήμα	Απαιτούμενος χρόνος κατασκευής (h)	
	Προϊόν A	Προϊόν B
Μηχανή 1	4	6
Μηχανή 2	2	6
Μηχανή 3	-	1

Τμήμα	Μέγιστος χρόνος λειτουργίας (h)
Μηχανή 1	120
Μηχανή 2	72
Μηχανή 3	10

Τύπος	Κέρδος επιχείρησης
Προϊόν A	2
Προϊόν B	4

Το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που αντιστοιχεί στα άνω δεδομένα είναι το εξής:

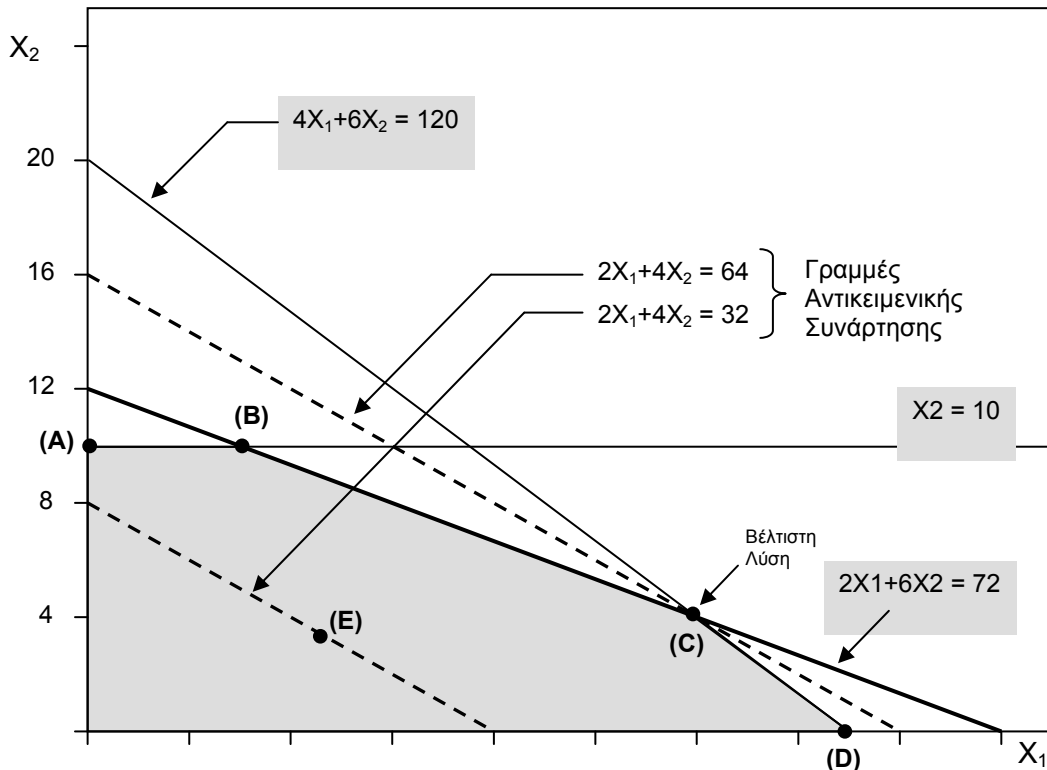
$$4 X_1 + 6 X_2 \leq 120$$

$$2 X_1 + 6 X_2 \leq 72$$

$$X_2 \leq 10$$

$$\max Z = 2X_1 + 4X_2$$

Για την επίλυση του προβλήματος του γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να ακολουθηθεί η διαγραμματική μέθοδος, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.5 – Γραφική Επίλυση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

Στο διάγραμμα X_1, X_2 έχουν χαραχθεί οι ευθείες $4X_1 + 6X_2 = 120$, $2X_1 + 6X_2 = 72$ και $X_2 = 10$. Ο χώρος των εφικτών λύσεων καθορίζεται και περικλείεται από τις τρεις αυτές εξισώσεις και είναι η γκριζα σκιασμένη περιοχή στο διάγραμμα. Οι εφικτές λύσεις είναι τιμές των μεταβλητών απόφασης που ικανοποιούν ταυτόχρονα όλους τους περιορισμούς και βρίσκονται πάνω και μέσα στα όρια του χώρου εφικτών λύσεων. Το ζητούμενο όμως είναι να βρεθεί η βέλτιστη λύση του όλου προβλήματος. Η βέλτιστη λύση βρίσκεται στα όρια του χώρου εφικτών λύσεων, γεγονός που σημαίνει ότι μπορούν να αγνοηθούν τα άπειρα εσωτερικά σημεία του χώρου. Συνήθως βρίσκεται σε μία από τις κορυφές (βασικές εφικτές λύσεις) της περιοχής εφικτών λύσεων. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, οι κορυφές είναι τα σημεία (A), (B), (C) και (D). Η βέλτιστη λύση είναι το σημείο (C).

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να λυθεί και με τη βοήθεια του προγράμματος Excel, με τη λειτουργία Solver (Επίλυση) από το μενού Tools (Εργαλεία). Στα ακόλουθα δύο σχήματα φαίνεται αυτή η λειτουργία.

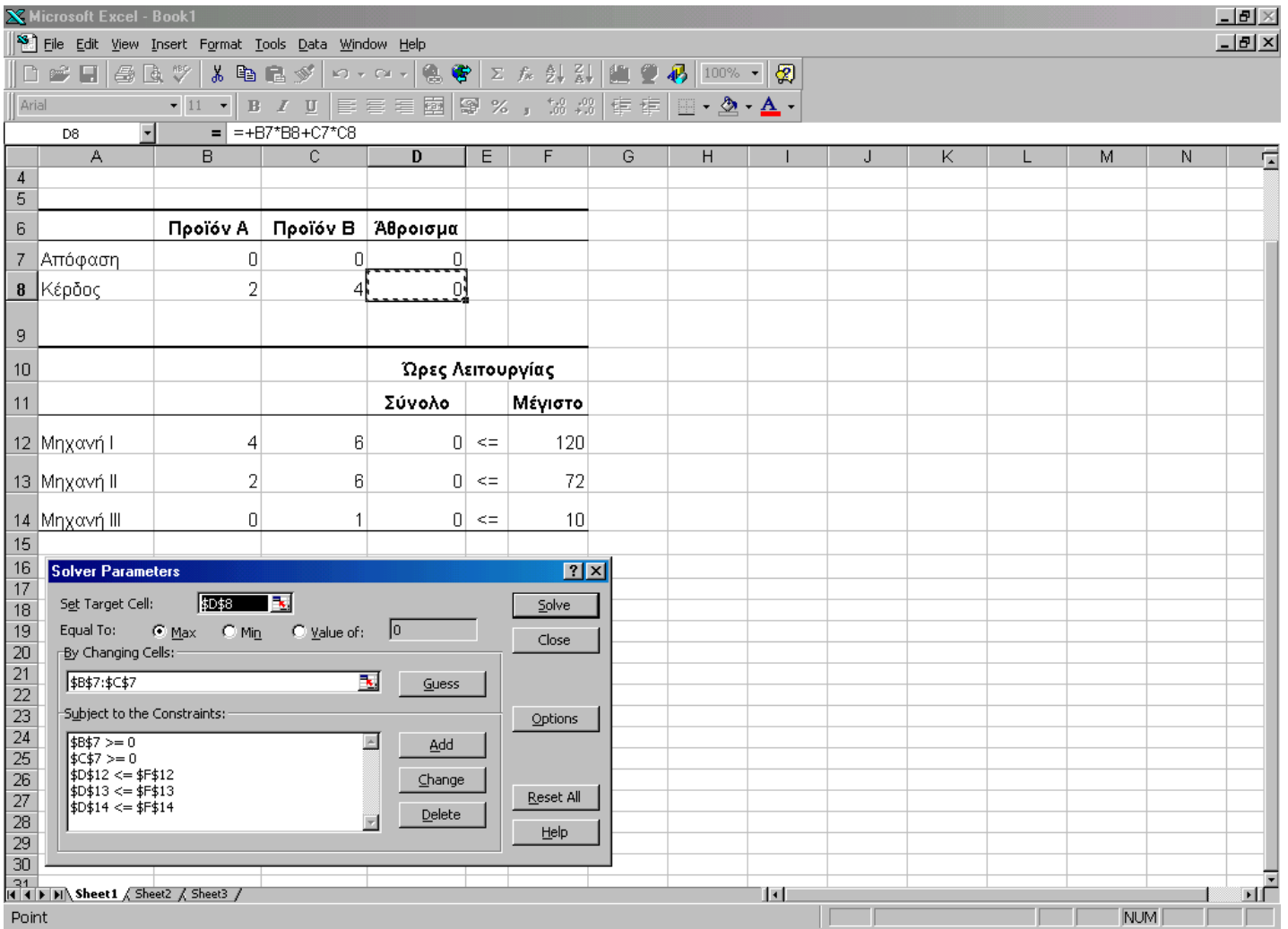
The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
4														
5														
6		Προϊόν Α	Προϊόν Β	Άθροισμα										
7	Απόφαση	24	4	28										
8	Κέρδος	2	4	64										
9														
10				Ωρες Λειτουργίας										
11				Σύνολο	Μέγιστο									
12	Μηχανή Ι	4	6	120	<=	120								
13	Μηχανή ΙΙ	2	6	72	<=	72								
14	Μηχανή ΙΙΙ	0	1	4	<=	10								

The Solver Results dialog box is open, showing the following options:

- Keep Solver Solution
- Restore Original Values
- Reports: Answer, Sensitivity, Limits
- Buttons: OK, Cancel, Save Scenario..., Help

Σχήμα 2.6 – Η επίλυση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στο Excel με την λειτουργία Solver



Σχήμα 2.7 - Η κατάστρωση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στο Excel με την λειτουργία Solver

Παράδειγμα 2.3 (Δέντρο Αποφάσεων)

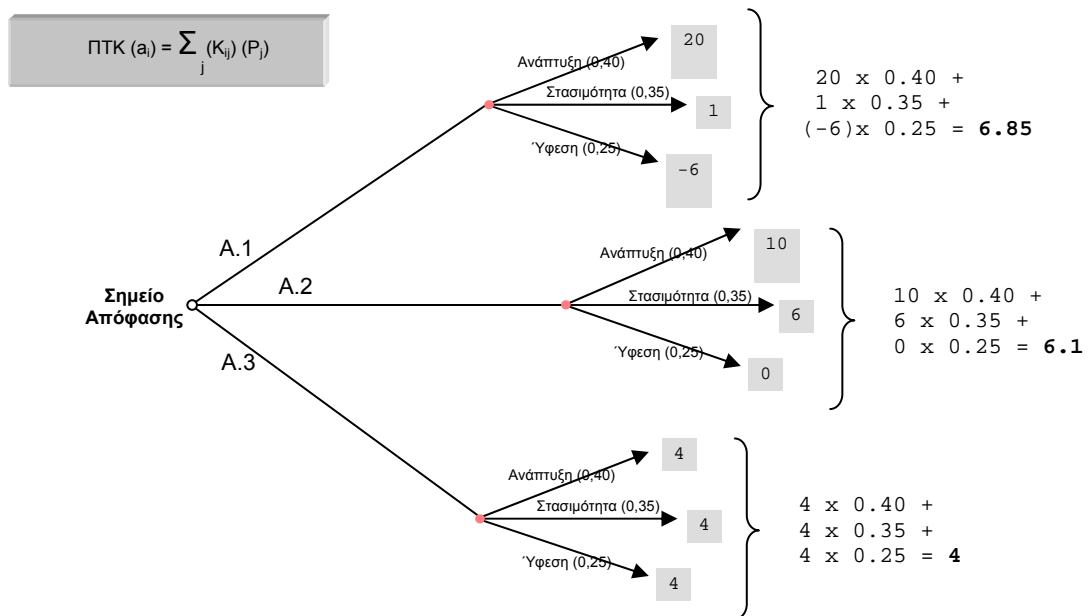
Έστω ότι υπάρχουν οι ακόλουθες εναλλακτικές επενδύσεις, ενώ η εθνική οικονομία έχει παρακάτω συγκεκριμένες πιθανότητες ανάπτυξης, στασιμότητας και ύφεσης.

Εναλλακτικές Επενδύσεις	Εξέλιξη Εθνικής οικονομίας
A.1 : Επένδυση σε Μετοχικά Κεφάλαια	Ανάπτυξη 0.40
A.2 : Επένδυση σε Βιομηχανικές Μετοχές	Στασιμότητα 0.35
A.3 : Επένδυση σε Κρατικά Ομόλογα	Ύφεση 0.25

Η αναμενόμενη απόδοση κάθε εναλλακτικής επένδυσης ανά περίπτωση έχει ως εξής:

Εναλλακτικές επενδύσεις	Εξέλιξη Εθνικής Οικονομίας		
	Ανάπτυξη	Στασιμότητα	Ύφεση
A.1	20	1	-6
A.2	10	6	0
A.3	4	4	4

Στο σχήμα 2.8 φαίνεται το δένδρο αποφάσεων για το συγκεκριμένο παράδειγμα. Για κάθε εναλλακτική επένδυση, χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes υπολογίζεται η προσδόκιμη τιμή κέρδους, ανάλογα με την πιθανότητα ανάπτυξης, στασιμότητας και ύφεσης που δίνονται στον παραπάνω πίνακα. Από τα αποτελέσματα διαφαίνεται ότι η καλύτερη επένδυση είναι η A.1, καθώς έχει μεγαλύτερη τιμή προσδόκιμου κέρδους από τις άλλες δύο.



Σχήμα 2.8 – Δέντρο Αποφάσεων

Παράδειγμα 2.4 (Δέντρο Αποφάσεων)

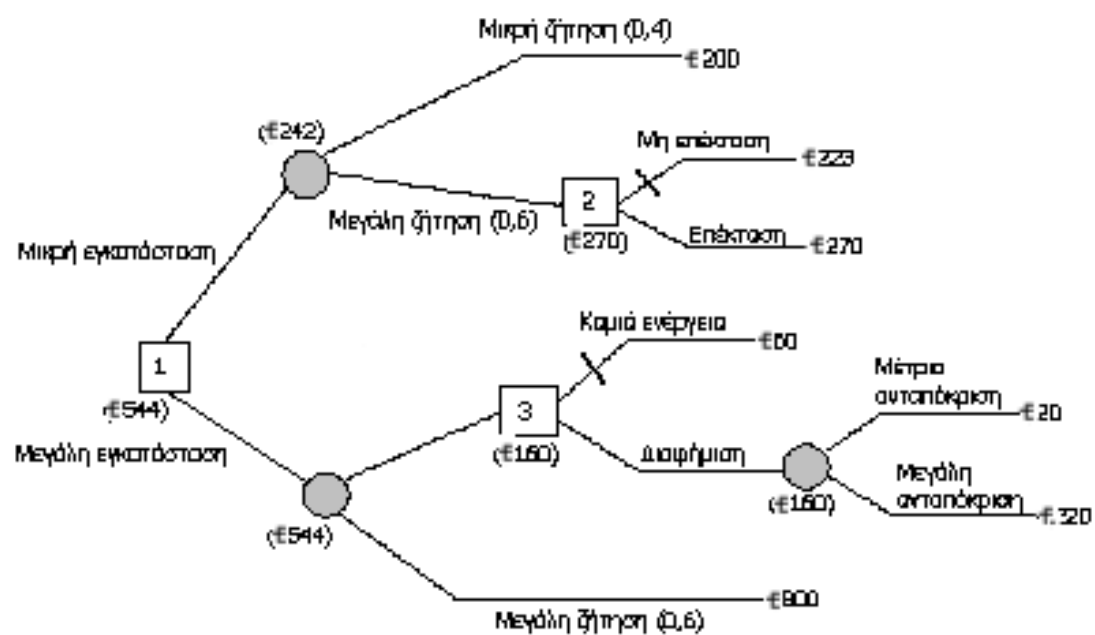
Μια τοπική εταιρεία διανομής πρέπει να αποφασίσει εάν πρέπει να χτιστεί μικρή ή μεγάλη κτιριακή εγκατάσταση σε μια νέα τοποθεσία. Η ζήτηση στην τοποθεσία αυτή μπορεί να είναι είτε μικρή είτε μεγάλη, ενώ οι πιθανότητες που δίνονται είναι 0,4 και 0,6 αντίστοιχα.

Εάν κατασκευαστεί μικρή εγκατάσταση και αποδειχθεί ότι η ζήτηση είναι μεγάλη, η εταιρεία διανομής μπορεί να επιλέξει να μην επεκταθεί ώστε το κέρδος της να παραμένει στα 223.000 € ή να επεκταθεί με συνολικό κέρδος 270.000 €. Εάν κατασκευαστεί μικρή εγκατάσταση και αποδειχθεί ότι η ζήτηση είναι μικρή, δεν υπάρχει λόγος για επέκταση και το συνολικό κέρδος της επιχείρησης θα είναι 200.000 €.

Εάν κατασκευαστεί μεγάλη εγκατάσταση και αποδειχθεί ότι η ζήτηση είναι μικρή, μπορεί να μη γίνει καμία προωθητική καμπάνια και το κέρδος της εταιρείας να είναι 60.000 € ή να ενθαρρυνθεί η ζήτηση μέσω της διαφήμισης. Στην περίπτωση αυτή, η ανταπόκριση μπορεί να είναι μέτρια και το κέρδος της εταιρείας να είναι 20.000 € με πιθανότητα 0,3 ή μεγάλη με συνολικό κέρδος 220.000 € και πιθανότητα εμφάνισης 0,7. Τέλος, εάν χτιστεί μεγάλη εγκατάσταση και η ζήτηση αποδειχθεί μεγάλη το κέρδος μπορεί να είναι 800.000 €.

Στο σχήμα 2.9 φαίνεται το δένδρο αποφάσεων του παραδείγματος. Αναλύοντας το δένδρο, υπολογίζεται το αναμενόμενο κέρδος για κάθε κόμβο ως εξής:

- Για τον κόμβο γεγονόςος σχετικά με τη διαφήμιση είναι $0,3(20 \text{ €})+0,7(220 \text{ €})=160 \text{ €}$.
- Το αναμενόμενο κέρδος για τον κόμβο απόφασης 3 είναι 160 €, επειδή η Διαφήμιση(160 €) είναι προτιμότερη από το να μην γίνει καμία προωθητική ενέργεια (60 €). Επομένως διαγράφεται η εναλλακτική απόφαση Καμιά ενέργεια.
- Το αναμενόμενο κέρδος για τον κόμβο απόφασης 2 είναι Επέκταση (270 €), επειδή είναι καλύτερη από τη Μη επέκταση (223 €), άρα η Μη επέκταση διαγράφεται.
- Το αναμενόμενο κέρδος για τον κόμβο γεγονόςος 2 είναι $0,6(270 \text{ €})+0,4(200 \text{ €})=242 \text{ €}$.
- Το αναμενόμενο κέρδος για τον κόμβο ζήτησης σχετικά με τη μεγάλη εγκατάσταση είναι $0,6(800 \text{ €})+0,4(160 \text{ €})=544 \text{ €}$.
- Το αναμενόμενο κέρδος για τον κόμβο ζήτησης σχετικά με τη μικρή εγκατάσταση είναι $0,6(270 \text{ €})+0,4(200 \text{ €})=242 \text{ €}$.
- Το αναμενόμενο κέρδος για τον κόμβο απόφασης 1 είναι 544 € επειδή η μεγάλη εγκατάσταση έχει μεγαλύτερο αναμενόμενο κέρδος από τη μικρή εγκατάσταση. Επομένως η καλύτερη λύση είναι να κατασκευαστεί μεγάλη εγκατάσταση.



Σχήμα 2.9 – Δέντρο Αποφάσεων

2.10 Ασκήσεις

Άσκηση 2.1

Η εταιρεία Z εξετάζει την πιθανότητα κατασκευής ενός νέου, πρόσθετου εργοστασίου για την παραγωγή ενός νέου προϊόντος. Έτσι έχει δυο επιλογές:

- Η πρώτη αφορά στην κατασκευή ενός μικρού εργοστασίου κόστους 60 εκ. €. Εάν η ζήτηση του νέου προϊόντος είναι χαμηλή η εταιρεία προσβλέπει σε κέρδη του 1 100 εκ. €, ενώ εάν η ζήτηση είναι υψηλή σε κέρδη του 120 εκ. €.
- Η δεύτερη επιλογή αφορά στην κατασκευή ενός μεγαλύτερου εργοστασίου κόστους 90 εκ. €. Στην περίπτωση αυτή εάν η ζήτηση του νέου προϊόντος είναι χαμηλή η εταιρεία προσβλέπει σε κέρδη του 100 εκ. €, ενώ εάν η ζήτηση είναι υψηλή σε κέρδη του 140 εκ. €.

Ανεξάρτητα από την επιλογή, η εταιρεία έχει προβλέψει ότι η πιθανότητα για χαμηλή ζήτηση του καινούργιου προϊόντος είναι 60%, ενώ για υψηλή είναι 40%.

Σε ποιο επενδυτικό πλάνο θα πρέπει να προχωρήσει η εταιρία Z;

Άσκηση 2.2

Ο Διευθυντής μιας μικρής μονάδας συμπαραγωγής (ηλεκτρική ενέργεια + θερμότητα) αντιμετωπίζει το εξής πρόβλημα: Το εργοστάσιό του χρησιμοποιεί για την παραγωγή ως βασικό καύσιμο το λιγνίτη, τον οποίο μπορεί να προμηθευτεί από δύο διαφορετικούς προμηθευτές (ορυχεία) Α και Β. Η διαφορά των δύο προμηθευτών έγκειται τόσο στην απόδοση όσο και στην τιμή του παρεχόμενου καυσίμου. Έτσι, μια μονάδα καυσίμου τύπου Α παράγει 4 μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 2 μονάδες θερμότητας ενώ μια μονάδα τύπου Β παράγει 6 μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 6 μονάδες θερμότητας. Το κόστος ανά μονάδα τύπου Α είναι 20.000 € ενώ για τον τύπο Β είναι 40.000 €.

Τα παραπάνω συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Τύπος Καυσίμου	Μονάδες Ηλ. Ενέργειας (ανά μονάδα καυσίμου)	Μονάδες Θερμότητας (ανά μονάδα καυσίμου)	Κόστος (ανά μονάδα καυσίμου)
A	4	2	20000
B	6	6	40000

Ζητούμενο:

Πόση ποσότητα καυσίμου τύπου Α και Β πρέπει να καταναλώσει το εργοστάσιο ώστε να παραχθούν τουλάχιστον 120 μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 72 μονάδες θερμότητας, με το ελάχιστο κόστος;

- α) Να καταστρωθούν οι εξισώσεις του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού για το πρόβλημα.
- β) Να επιλυθεί το πρόβλημα με τη γραφική μέθοδο.

Για λόγους που συνδέονται με τις εμπορικές συμφωνίες της διοίκησης, το εργοστάσιο πρέπει κατά τη διαδικασία παραγωγής να καταναλώσει τουλάχιστον 10 μονάδες καυσίμου τύπου Β.