

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Εργαστήριο Συστημάτων Αποφάσεων & Διοίκησης



Συστήματα Χρηματοοικονομικής Διοίκησης

Ακαδημαϊκό Έτος 2017-18

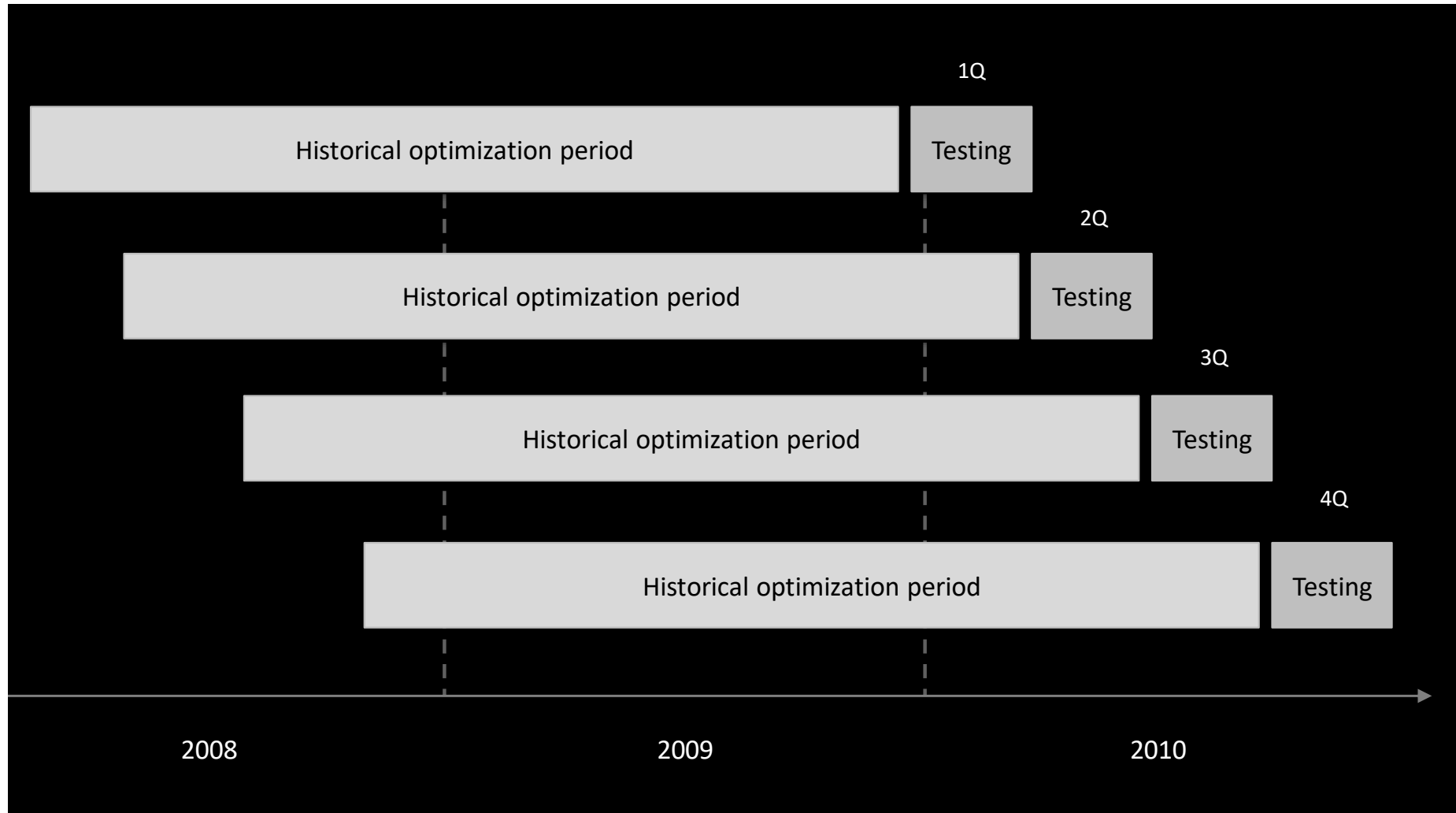
Εξάμηνο 8^ο

10^η Διάλεξη

Εναλλακτικά υποδείγματα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων

Γιάννης Ψαρράς & Πάνος Ευδώνας

Out-of-sample evaluation



Mean Absolute Deviation (MAD)

Θεωρώντας ένα σύνολο ιστορικών δεδομένων για τις αποδόσεις $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{iT}$ ενός χρεογράφου i , ο κίνδυνος αυτού του χρεογράφου σύμφωνα με τη νέα αυτή προσέγγιση προσδιορίζεται ως εξής:

$$MAD_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{it} - E(r_i)|$$

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου P αποτελούμενου από m χρεόγραφα, προσδιορίζεται κατά αντίστοιχο τρόπο ως εξής:

$$\begin{aligned} MAD_P &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{pt} - E(r_p)| \\ &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^m w_i r_{it} - \sum_{i=1}^m w_i E(r_i) \right| \\ &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^m w_i [r_{it} - E(r_i)] \right| \end{aligned}$$

Mean Absolute Deviation (MAD)

Η ελαχιστοποίηση του κινδύνου MAD_p του χαρτοφυλακίου δεδομένης μιας ελάχιστης επιθυμητής απόδοσης R μπορεί να επιτευχθεί μέσω του ακόλουθου προβλήματος:

$$\begin{aligned} \min \quad & MAD_p = \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^m w_i [r_{it} - E(r_i)] \right| \\ \text{Υπό:} \quad & \sum_{i=1}^m w_i E(r_i) \geq R \\ & \sum_{i=1}^m w_i = 1 \\ & w_i \geq 0, \quad \forall i \end{aligned}$$

Portfolio optimization with scenarios

$$\text{Expected value} = \sum_{i=1}^N p_i \times v_i$$

$$\text{Variance} = \sum_{i=1}^N p_i \times (v_i - EV)^2$$

Portfolio optimization with transaction costs

$$\text{Current portfolio €} + \text{Buy €} - \text{Sell €} = \text{Final portfolio €}$$

$$\text{Current portfolio €} = \text{Final portfolio €} + \text{Transaction Costs €}$$

$$\text{Transaction costs €} = \text{Commissions \%} \times [\text{Buy €} + \text{Sell €}]$$

Integer variables

$$\max \text{Return} = \sum_{i=1}^N \left(\bar{R}_i \times w_i - B_i \times w_i^+ - S_i \times w_i^- \right)$$

$$w_i = W_i^0 + w_i^+ - w_i^-$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \text{ and } w_i \geq 0$$

$$S_L \leq \sum_{i=1}^N b_i \leq S_U$$

$$w_i \geq W_L \times b_i$$

$$w_i \leq W_U \times b_i$$

Index tracking

r_t - Return of the TP

R_t - Return of the index

T - Number of periods

z_i - Binary variables

K - Desired number of stocks

V_{iT} - Value of one unit of stock at time T

x_i - Number of units of stock i in the TP

X_i - Initial number of units of stock i

C - Total value of the TP

$$\text{minimise } \sum_{t=1}^T (r_t - R_t)^2 / T$$

subject to

$$\sum_{i=1}^N z_i = K$$

$$V_{iT}X_i / C \leq z_i \quad i=1, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^N V_{iT}X_i = C$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1, \dots, N$$

$$z_i \in [0, 1] \quad i=1, \dots, N$$

Evolutionary optimization

INITIAL POPULATION

Chromosome	X_1	X_2	X_3	X_4	Fitness
1	7.84	24.39	28.95	6.62	282.08
2	10.26	16.36	31.26	3.55	293.38
3	3.88	23.03	25.92	6.76	223.31
4	9.51	19.51	26.23	2.64	331.28
5	5.96	19.52	33.83	6.89	453.57
6	4.77	18.31	26.21	5.59	229.49
7	8.72	22.12	29.85	2.30	409.68

CROSSOVER & MUTATION

Chromosome	X_1	X_2	X_3	X_4	Fitness
1	7.84	24.39	31.26	3.55	334.28
2	10.26	16.36	28.95	6.62	227.04
3	3.88	19.75	25.92	6.76	301.44
4	9.51	19.51	32.23	2.64	495.52
5	4.77	18.31	33.83	6.89	332.38
6	5.96	19.52	26.21	5.59	444.21
7	8.72	22.12	29.85	4.60	478.93

Crossover arrows point from the X_3 and X_4 values of chromosomes 1 and 2 to their swapped positions in chromosomes 2 and 1 respectively. Mutation arrows point from the X_2 value of chromosome 3 to its new value, and from the X_4 value of chromosome 4 to its new value.

NEW POPULATION

Chromosome	X_1	X_2	X_3	X_4	Fitness
1	7.84	24.39	31.26	3.55	334.28
2	10.26	16.36	31.26	3.55	293.38
3	3.88	19.75	25.92	6.76	301.44
4	9.51	19.51	32.23	2.64	495.52
5	5.96	19.52	33.83	6.89	453.57
6	5.96	19.52	26.21	5.59	444.21
7	8.72	22.12	29.85	4.60	478.93

Τέλος ενότητας