Εθνικο Μετσοβιο Πολυτεχνειο

Σχολη Ηλεκτρολογων Μηχανικων και Μηχανικων Υπολογιστων

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 6:

Υποστηριξη Αποφασεων σε Συνθηκες Αβεβαιοτητας

Γλωσσικες Μεταβλητες

Πολυκριτηριακά Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων, ΣΗΜΜΥ ΕΜΠ

Χάρης Δούκας, Ιωάννης Ψαρράς

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- ❑ **Εισαγωγή**
- ❑ **Εισερχόμενες Ασάφειες**
- ❑ **Ασαφής Λογικής**
- ❑ **Μοντέλα Αναπαράστασης και Επεξεργασίας**
- ❑ **Προσέγγιση Προέκτασης**
- ❑ **Προσέγγιση Διπλής Αναπαράστασης (2-tuple)**
- ❑ **2-tuple LOWA**

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παράμετροι Πολυκριτηριακού Προβλήματος (επιδόσεις, βάρη, κατώφλια)

- **Ποιοτική πληροφορία**
- **Ελλιπής γνώση σχετικά με τις παραμέτρους του προβλήματος**
- **Αδυναμία απόκτησης ακριβούς τιμής για κάποιες παραμέτρους**

ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΣΑΦΕΙΕΣ (1/3)

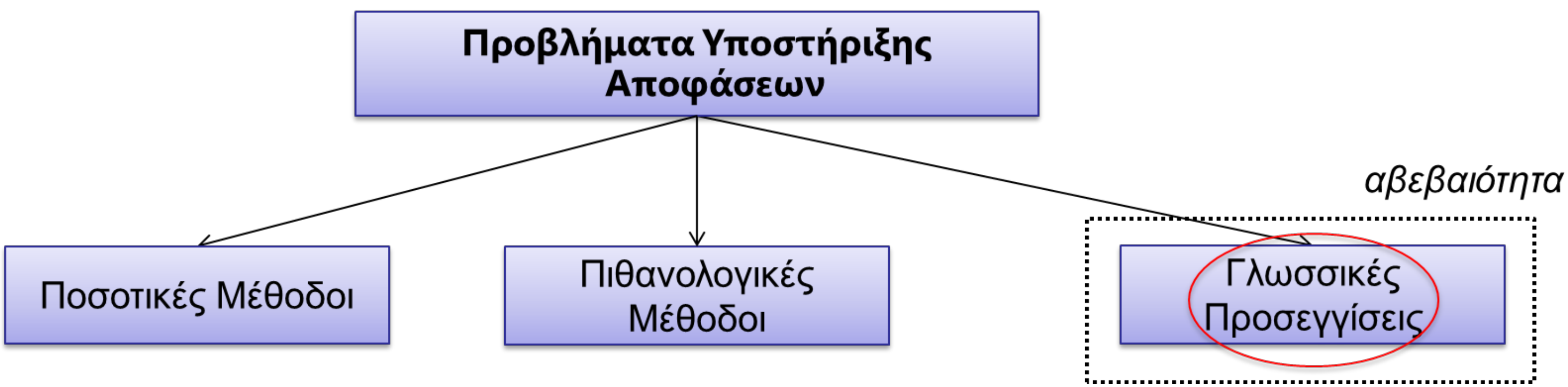
- Προτιμήσεις Εμπειρογνωμόνων
- Φύση Κριτηρίων
  - Ποσοτική
    - Ποιο είναι το κόστος της Εναλλακτικής Α;
  - Ποιοτική
    - Κριτήρια Οπτικής όχλησης
    - Ποια είναι η συνεισφορά της στην τοπική ανάπτυξη;
    - Συνεισφορά στην Ανταγωνιστικότητα της οικονομίας

ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΣΑΦΕΙΕΣ (2/3)

☞ **Ενσωμάτωση σε Προβλήματα Απόφασης**

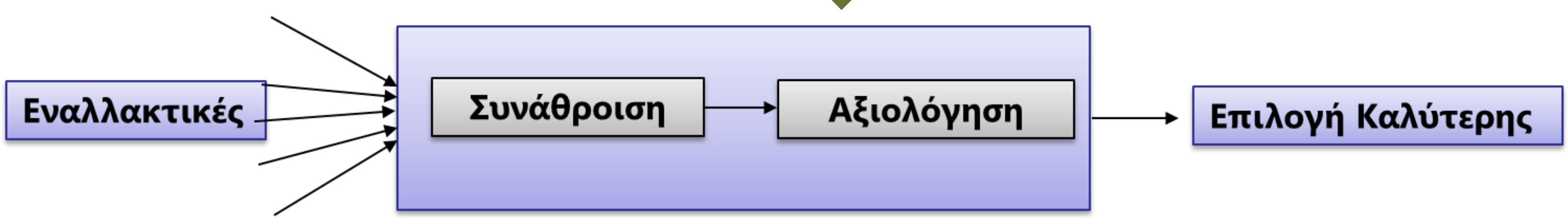
Πολυκριτηριακά Προβλήματα *(Πολλαπλοί Αποφασίζοντες)*

- Ένα σετ από εναλλακτικές επιλογές $A = \{a_1, ..., a_n\}$
- Ένα σετ από κριτήρια αξιολόγησης $B = \{b_1, ..., b_l\}$
- Ένα σετ από αποδόσεις C_{ij} όπου $C_{ij} : (a_i, b_j)$



ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΣΑΦΕΙΕΣ (3/3)

		Εναλλακτικές			
		A_1	A_2	…..	A_n
Κριτήρια	B_1	C_{11}	C_{12}	…..	C_{1n}
	B_2	C_{21}	C_{22}	…..	C_{2n}
	…..	…..	…..	…..	…..
	B_l	C_{l1}	C_{l2}	…..	C_{ln}

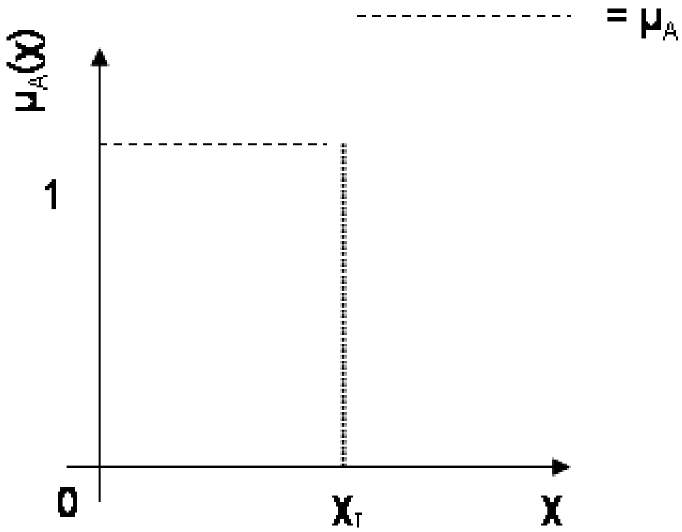


ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (1/7)

- Ασάφεια – έννοια που σχετίζεται με την ποσοτικοποίηση της πληροφορίας και οφείλεται κυρίως σε μη-ακριβή (imprecise) δεδομένα
- Το πρόβλημα δεν οφείλεται τόσο στις έννοιες που χρησιμοποιούνται όσο στην αντίληψη που έχει ο καθένας για **λεκτικούς** προσδιορισμούς ποσοτικών μεγεθών

ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (2/7)

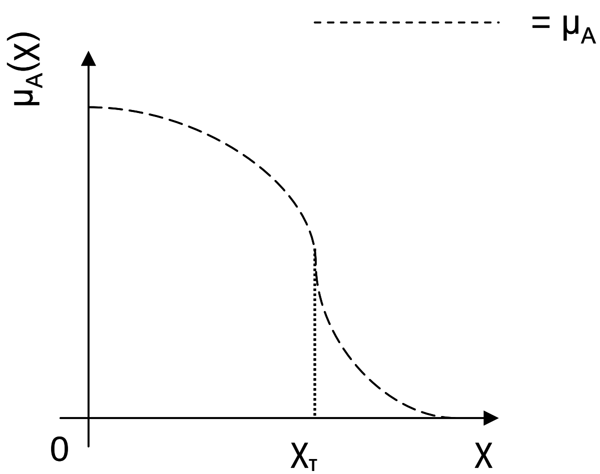
Κλασσική θεωρία της λογικής δύο τιμών



- Η χαρακτηριστική συνάρτηση συσχέτισης μ_A ορίζει μια ξεκάθαρη διάκριση μεταξύ των μελών και των μη-μελών του Α. Έτσι η μ_A δίνει σε κάθε x μια από δυο τιμές:
  $\mu_{A(x)}$=1 εάν και μόνο εάν $x<x_\tau$,
  $\mu_{A(x)}$=0 εάν και μόνο εάν $x>x_\tau$.

- Άρα, απαιτείται ένα αυστηρό όριο x_T για τον προσδιορισμό μιας ξεκάθαρης διάκρισης μεταξύ των αποδεκτών τιμών ($x< x_T$) και των μη-αποδεκτών τιμών ($x> x_T$). Συχνά, ένα αυστηρό όριο είναι πρακτικά μη-ρεαλιστικό.

ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (3/7)



- Μια συνάρτηση συσχέτισης ορίζει τη μερική συμμετοχή σε ένα σύνολο. Άρα η μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη είναι βαθμιαία και όχι απότομη.

- Η συνάρτηση συσχέτισης δίνει σε κάθε x μια τιμή από 0 έως 1, υποδηλώνοντας τον βαθμό συσχέτισης.

- Άρα, σε αυτή την περίπτωση απαιτείται ένα εύκαμπτο όριο για τον προσδιορισμό μιας ενδιάμεσης αποτίμησης μεταξύ των αποδεκτών και των μη-αποδεκτών τιμών

ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (4/7)

- Σύνολα (Κλασσικά)
  - Ένα στοιχείο είναι μέλος ή όχι
  - Αληθές ή ψευδές είναι οι μόνες δυνατότητες
- Ασαφή Σύνολα
  - Ένα αντικείμενο μπορεί να ανήκει μερικώς σε ένα σύνολο
  - Ο βαθμός συμμετοχής στο σύνολο ονομάζεται συνάρτηση συσχέτισης ή συμμετοχής (membership function f(x))
  - f(x)=0 το αντικείμενο δεν ανήκει στο σύνολο
  - f(x)=1 είναι σίγουρα μέλος του συνόλου
  - Οι υπόλοιπες τιμές για την f(x) δείχνουν το βαθμό συμμετοχής

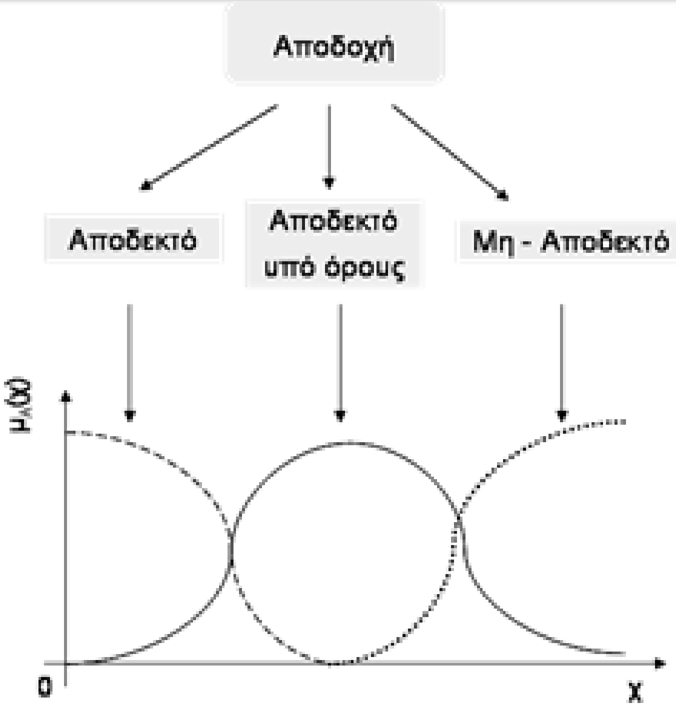
ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (5/7)

- Μια πρόταση έχει κάποιο βαθμό αληθείας

- Δεν είναι απλά αληθής ή ψευδής.

- Ξεφεύγουμε από το μοντέλο του «0-1», «αληθές-ψευδές».

ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (6/7)



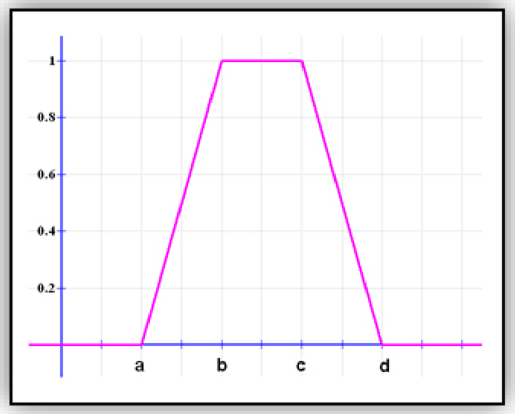
Τρεις γλωσσικές τιμές $\tilde{A}_i$ ($\tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ και $\tilde{A}_3$) ορίζουν την συνεισφορά του x στην ΑΑ σε γλωσσικούς όρους:

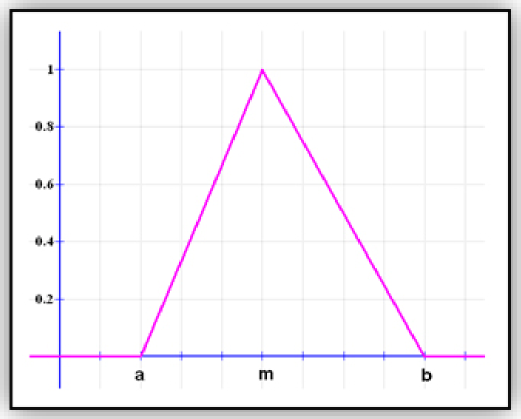
- $\tilde{A}_1$ = «Αποδεκτό»,
- $\tilde{A}_2$ = «Αποδεκτό υπό όρους»,
- $\tilde{A}_3$ = «Μη-αποδεκτό».

ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ (7/7)

- Οι Γλωσσικές Μεταβλητές διαφέρουν από τις Αριθμητικές διότι οι τιμές τους δεν είναι αριθμοί αλλά λέξεις ή φράσεις (Zadeh 1975)
- Ορίζονται ως ένα σύνολο γλωσσικών όρων $S = \{s_0, s_1, \ldots, s_k\}$

<u>Συνάρτηση Συσχέτισης</u>





ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ (1/2)

☞ Σύνολο Γλωσσικών Όρων

Μορφή: $S = \{s_0, s_1, s_2, \ldots, s_{n+1}\}, n+1 \geq 1$

Παράδειγμα:

$S = \{s_0 =$ Καθόλου, $s_1 =$ Πολύ Χαμηλό, $s_2 =$ Χαμηλό,
$s_3 =$ Ενδιάμεσο, $s_4 =$ Υψηλό, $s_5 =$ Πολύ Υψηλό, $s_6 =$ Τέλειο$\}$

Ιδιότητα: $x_a \leq x_b$ **αν και μόνον αν** $a \leq b$

Delgado M et al. (1998)

☞ Σχετιζόμενες Γλωσσικές Προσεγγίσεις

- **Προσέγγιση Προέκτασης:** Σχετικές συναρτήσεις συσχέτισης των γλωσσικών όρων. Πολύπλοκες Πράξεις. Χαμηλή «διακριτότητα» εναλλακτικών

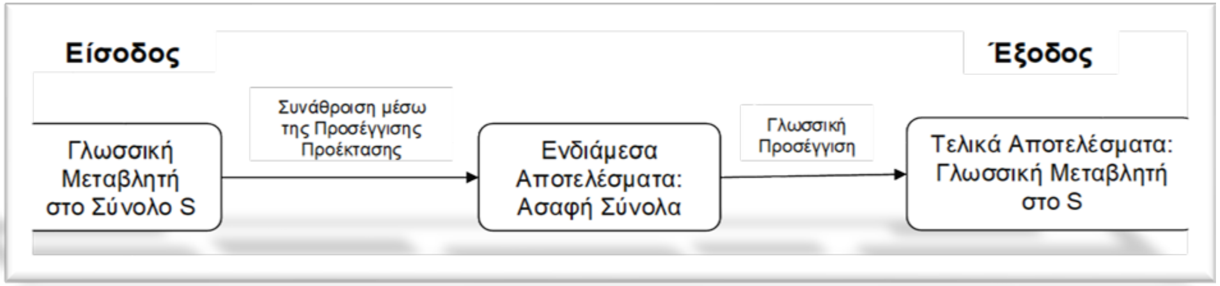
$$S^n \xrightarrow{F} F(R) \xrightarrow{app_1(.)} S$$

- **Προσέγγιση Διπλής Αναπαράστασης:** Ικανή προσέγγιση αναπαράστασης και επεξεργασίας της ασαφούς πληροφορίας (s_i, α)

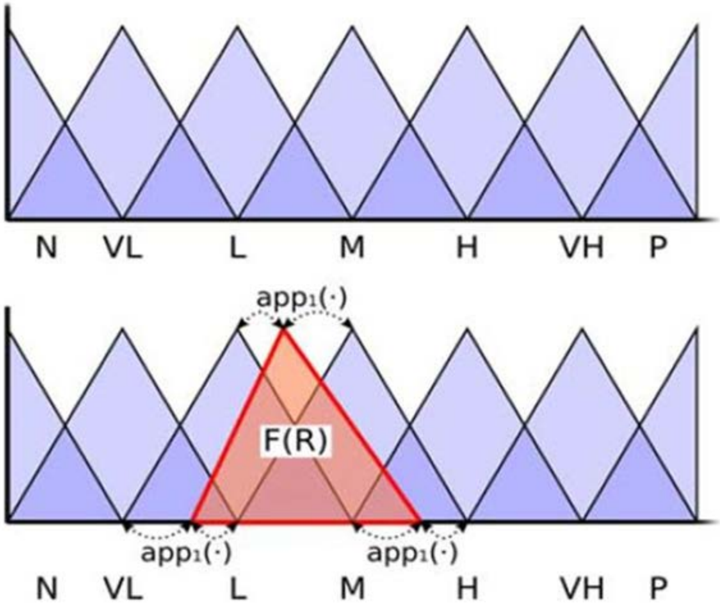
Herrera F, Martinez L. (2000)

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗΣ (1/5)

☞ Φιλοσοφία



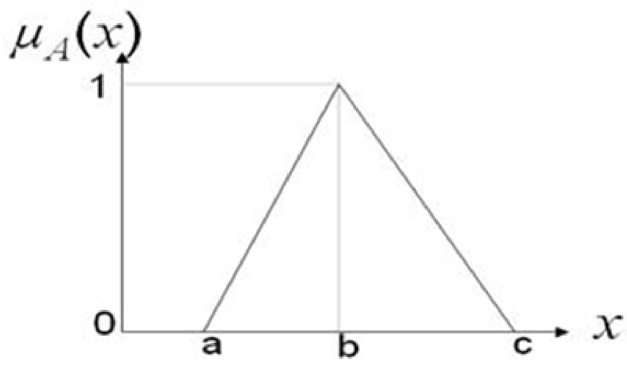
- Μετατροπή αριθμητικών τιμών σε ασαφή σύνολα
- Αλγεβρικές πράξεις – Απώλεια πληροφορίας



Herrera F et al (2009)

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗΣ (2/5)

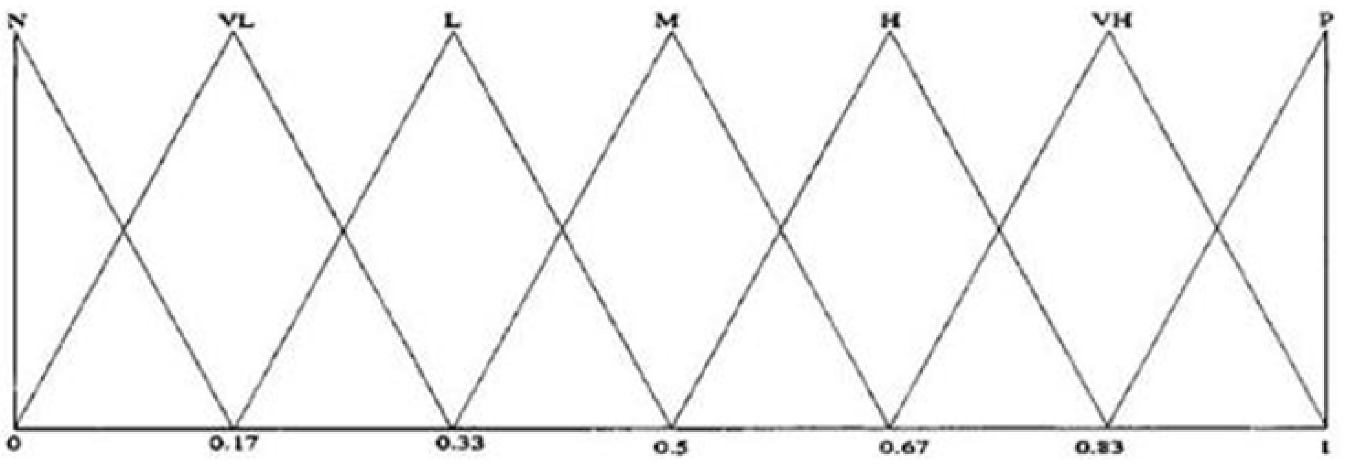
☞ Παράδειγμα (1/4)



Η συνάρτηση συσχέτισης για την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών είναι τριγωνικής μορφής, δηλαδή $S_i = (a_i, b_i, c_i)$, όπου το a_i είναι το αριστερό όριο, το c_i είναι το δεξιό όριο και το b_i η τιμή που η συνάρτηση παίρνει την μέγιστη τιμή δηλαδή το 1.

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗΣ (3/5)

☞ Παράδειγμα (2/4)



S= {N, VL, L, M, H, VH, P}, όπου:

P = Perfect = (.83, 1, 1) VH = Very_High = (.67, .83, 1)

H = High = (.5, .67, .83) M = Medium = (.33, .5, .67)

L = Low = (.17, .33, .5) VL = Very_Low = (0, .17, .33)

N = None = (0, 0, .17)

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗΣ (4/5)

☞ Παράδειγμα (3/4)

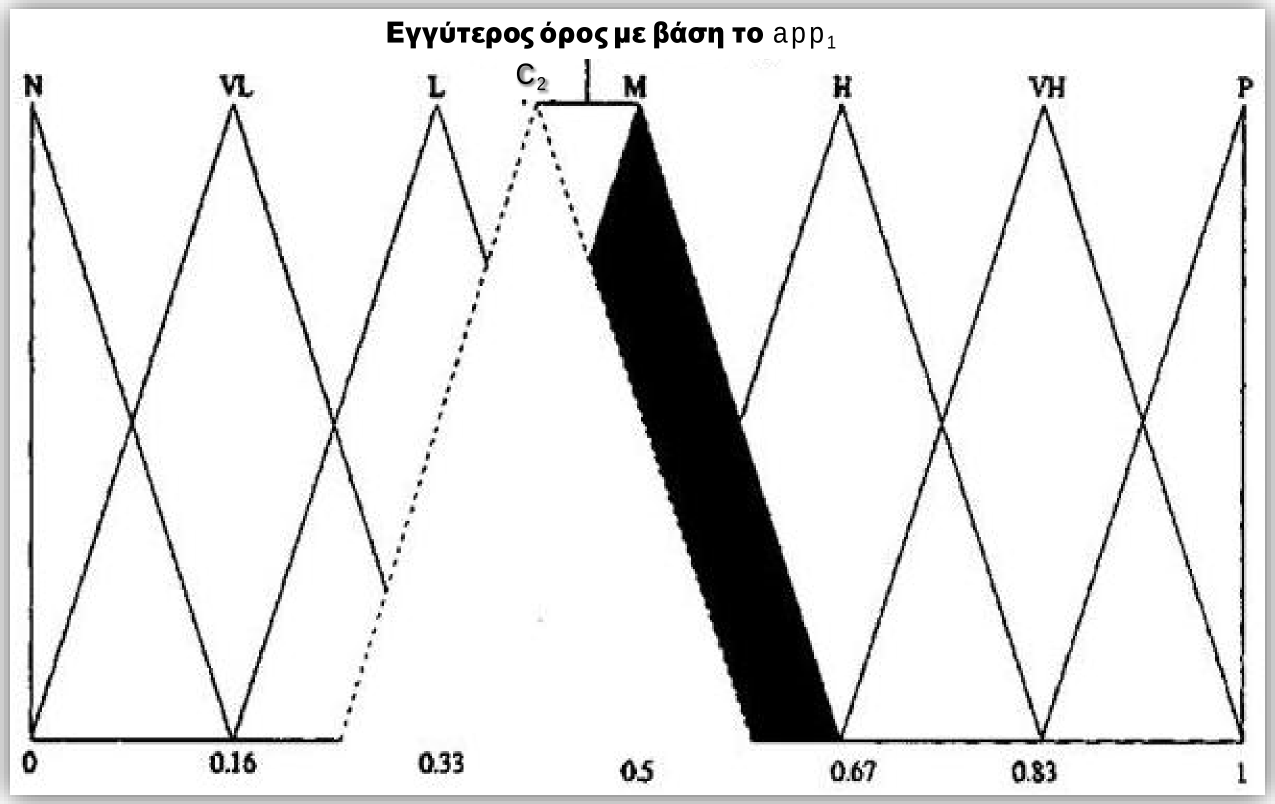
	x_1	x_2	x_3	x_4
P_1	VL	M	M	L
P_2	M	L	VL	H
P_3	H	VL	M	M
P_4	H	H	L	L

$$C_j = (1/m\sum_{i=1}^{m} a_{ij}, 1/m\sum_{i=1}^{m} b_{ij}, 1/m\sum_{i=1}^{m} c_{ij})$$

$$d(s_i, C_j) = \sqrt{Q_1(a_1 - a_j)^2 + Q_2(b_1 - b_j)^2 + Q_3(c_1 - c_j)^2}$$

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗΣ (5/5)

☞ Παράδειγμα (4/4)



Το app_1 (.) επιλέγει το s_i^* (app_1 (C_j)= s_i^*), έτσι ώστε, $d(s_i^*, C_j) \leq d(s_i, C_j) \ \forall s_i \in S$

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ (1/4)

☞ «2-tuple»

- Έστω $S = \{s_0, \ldots, s_g\}$ ένα γλωσσικό σύνολο όρων
- Έστω β το αποτέλεσμα μιας συμβολικής άθροισης, ενός συνόλου γλωσσικών όρων που έχουν εκφραστεί σε μια γλωσσική κλίμακα S όπου $\beta \in [0, g]$
- Έστω i=round(β) και a=β–i δύο τιμές τέτοιες ώστε $i \in [0, g]$ και $a \in [-0.5, 0.5)$
- Το μοντέλο γλωσσικής αναπαράστασης αναπαριστά τη γλωσσική πληροφορία με ζεύγη διπλών αναπαραστάσεων (s_i, a_i)

$$s_i \in S \quad \text{και} \quad a_i \in [-0.5, 0.5)$$

- ✓ Το s_i αντιπροσωπεύει την γλωσσική προέλευση της πληροφορίας
- ✓ Το α_i αποτελεί μια αριθμητική τιμή, η οποία εκφράζει την απόδοση της μετάφρασης από το αρχικό αποτέλεσμα β στο πλησιέστερο όρο i στο σύνολο γλωσσικών στοιχείων (s_i).

Herrera F, Martinez L. (2000)

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ (2/4)

☞ Μετασχηματισμός

- Συναρτήσεις μετασχηματισμού ανάμεσα στους γλωσσικούς όρους και τη διπλή αναπαράσταση και ανάμεσα στις αριθμητικές τιμές και τη διπλή αναπαράσταση:

  ✓ $\Delta : [0,g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5)$

  ✓ $\Delta(\beta) = (s_i, a)$ με $\begin{cases} s_i, & i = round(\beta) \\ a = \beta - i, & a \in [-0.5, 0.5) \end{cases}$ όπου i=round(β) και $a_i \in [-0.5, 0.5)$

- Υπάρχει πάντα μια συνάρτηση Δ^{-1}, τέτοια ώστε από τη διπλή αναπαράσταση επιστρέφει την ισοδύναμη αριθμητική τιμή $\beta \in [0, g] \subset \Re$

Έτσι, ορίζεται η παρακάτω συνάρτηση:

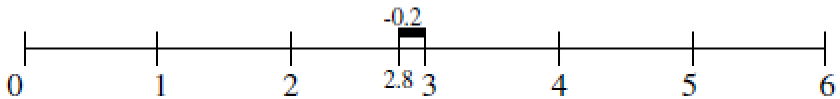
  ✓ $\Delta^{-1} : S \times [-0.5, 0.5) \rightarrow [0, g]$

  ✓ $\Delta^{-1}(s_i, a) = i + a = \beta$

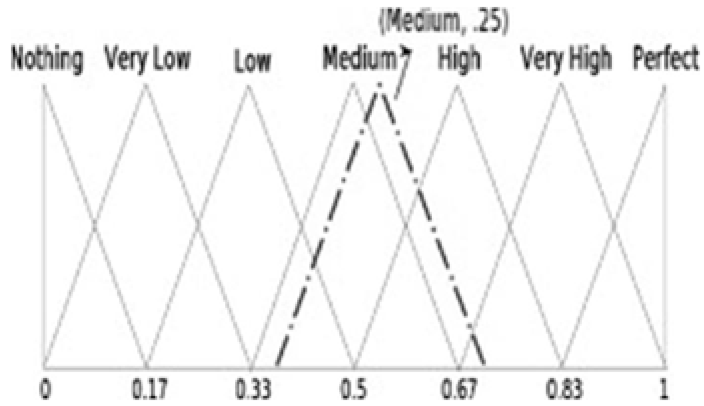
Herrera F, Martinez L. (2000)

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ (3/4)

☞ Παραδείγματα



$$\Delta(2.8) = (s_3, -0.2)$$



β=3.25

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΔΙΠΛΗΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ (4/4)

☞ **Αριθμητικός Μέσος**

$$M\left(\left(x_1,a_1\right),\left(x_2,a_2\right),\ldots,\left(x_n,a_n\right)\right)=\Delta\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta^{-1}\left(x_i,a_i\right)\right]=\Delta\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\beta_i\right]$$

☞ **Σταθμισμένος Μέσος**

$$M\left(\left(x_1,a_1\right),\left(x_2,a_2\right),\ldots,\left(x_n,a_n\right)\right)=\Delta\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta^{-1}\left(x_i,a_i\right)\right)\cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n}w_i}\right]=\Delta\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\beta_i\cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n}w_i}\right]$$

2-TUPLE LOWA (1/2)

- Έστω $A = \{(r_1, a_1), \ldots, (r_m, a_m)\}$

  ένα σύνολο από διπλές αναπαραστάσεις που πρέπει να συναθροιστούν

- Το διάνυσμα άθροισης για τη διπλή αναπαράσταση ορίζεται ως:

$$EC^m\{w_i, (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}), j = 1, \ldots, m\} = \Delta(\sum_1^m w_i \Delta^{-1}((r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}))) = \Delta(\sum_1^m w_i \beta_{\sigma(i)})$$

, όπου:

✓ $\{r_{\sigma(J)}, a_{\sigma(J)}\} \leq \{r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}\}$, $i \leq j$ *(πρόκειται ουσιαστικά για το διάνυσμα των αποδόσεων σε διάταξη από το μεγαλύτερο στο μικρότερο)*

✓ $W=[w_1,\ldots,w_m]$ είναι το διάνυσμα των βαρών που προκύπτει από τον ποσοτικοποιητή του Yager.

Herrera F, Martinez L. (2000)

2-TUPLE LOWA (2/2)

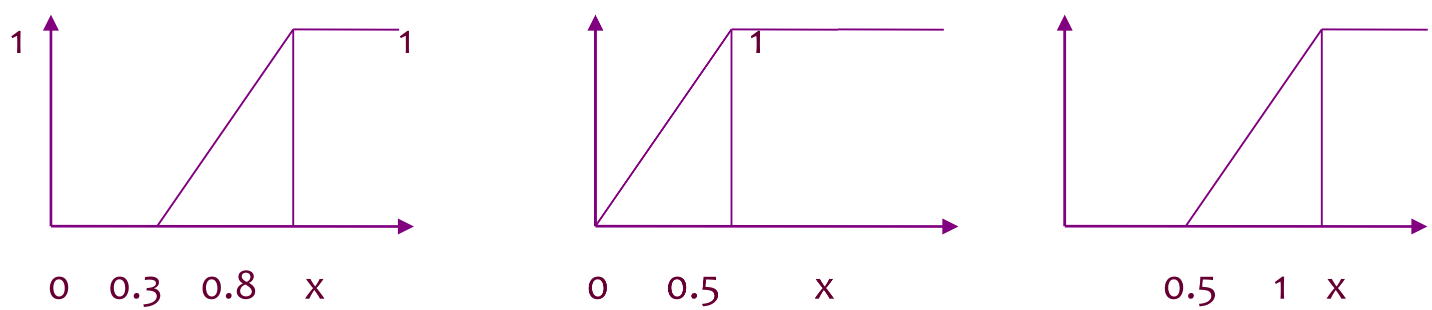
☞ Ποσοτικοποιητής Yager

Most (0.3, 0.8), At least half (0, 0.5), As many as possible (0.5, 1)

$$w_i = Q(i/n) - Q((i-1)/n),\ \ i = 1,\dots,n,\ \ \text{και}$$

$$Q_{(r)} = \begin{cases} 0, & \text{αν} \quad r < a, \\ (r-a)/(b-a), & \text{αν} \quad a \le r \le b, \\ 1, & \text{αν} \quad r > b. \end{cases}$$

με τα $a, b, r \in [0, 1]$.



Most *At least half* *As many as possible*

Ποσοτικοποιητής LOWA – Yager RR. (1988)