

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Διακριτές κατανομές

$$E(X) = \mu = \sum_i x f(x)$$

$$Var(X) = \sigma^2 = \sum_i (x - \mu)^2 f(x)$$

$X = \text{KTP, NPV κλπ.}$

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Διακριτές κατανομές

$$\Pi(\text{ΚΤΡ}) = \sum_i \text{ΚΤΡ}_i \pi_i$$

$$\text{Var}(\text{ΚΤΡ}) = \sum_i [\text{ΚΤΡ}_i - \Pi(\text{ΚΤΡ})]^2 \pi_i$$

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Παράδειγμα

Πρόταση Επένδυσης Α			
Κατάσταση Οικονομίας	ΚΤΡ	Πιθανότητα	Προσδοκώμενη ΚΤΡ
[1]	[2]	[3]	[2] x [3]
Υφεση	400 €	20%	80 €
Στασιμότητα	500 €	60%	300 €
Άνθηση	600 €	20%	120 €
			500 €

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Παράδειγμα

Πρόταση Επένδυσης Β			
Κατάσταση Οικονομίας	ΚΤΡ	Πιθανότητα	Προσδοκώμενη ΚΤΡ
[1]	[2]	[3]	[2] x [3]
Υφεση	0 €	20%	0 €
Στασιμότητα	500 €	60%	300 €
Άνθηση	1,000 €	20%	200 €
			500 €

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Παράδειγμα

Πρόταση Επένδυσης A		
$KTP_i - \Pi(KTP)$	$[KTP_i - \Pi(KTP)]^2$	$[KTP_i - \Pi(KTP)]^2 \times \Pi_i$
-100 €	10,000	2,000
0 €	0	0
100 €	10,000	2,000
		4,000

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Παράδειγμα

Πρόταση Επένδυσης B		
$KTP_i - \Pi(KTP)$	$[KTP_i - \Pi(KTP)]^2$	$[KTP_i - \Pi(KTP)]^2 \times \Pi_i$
-500 €	250,000	50,000
0 €	0	0
500 €	250,000	50,000
		100,000

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Παράδειγμα

	Προσδοκώμενη ΚΤΡ	Διακύμανση	Τυπική απόκλιση
Πρόταση Επένδυσης Α	500 €	4,000	63.2 €
Πρόταση Επένδυσης Β	500 €	100,000	316.2 €

Πως θα μπορούσαμε να χειριστούμε
την αβεβαιότητα με συνεχείς κατανομές;

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Συνεχείς κατανομές

Έστω ότι οι ΚΤΡ των παραπάνω έργων κατανέμονται κανονικά, καθώς και ότι μια επιχείρηση δεν επιθυμεί να χρηματοδοτήσει επενδυτικές προτάσεις με ΚΤΡ κάτω των 424 €. Ποια πρόταση θα κάνατε αποδεκτή;

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Συνεχείς κατανομές

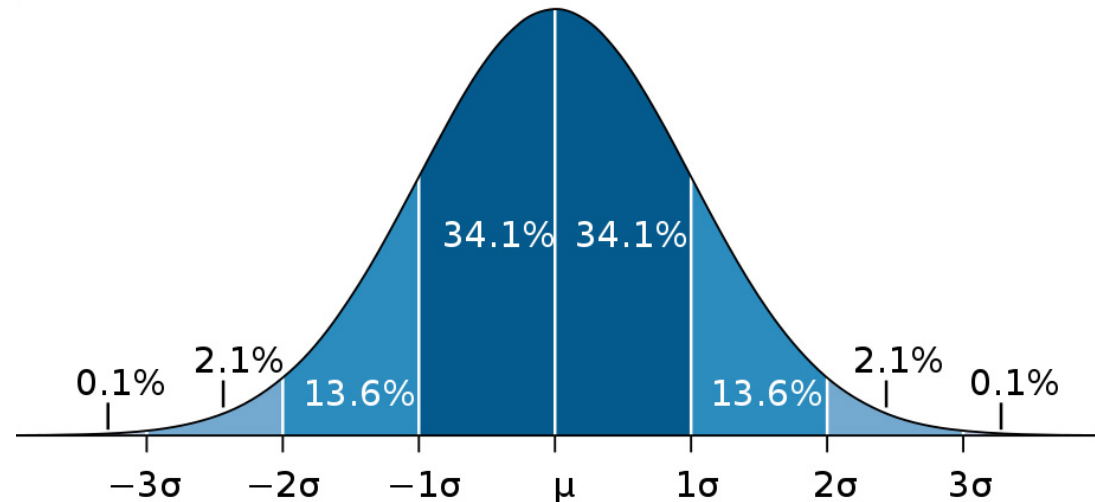
$$Z = \frac{\text{ΚΤΡ}_{LB} - \Pi(\text{ΚΤΡ})}{\sigma_{\text{ΚΤΡ}}}$$

$$Z_A = \frac{424 - 500}{63.2} = -1.2 \quad \text{ή} \quad \text{Prob} = 0.1151$$

$$Z_B = \frac{424 - 500}{316.2} = -0.24 \quad \text{ή} \quad \text{Prob} = 0.4052$$

Αξιολόγηση επενδύσεων σε καθεστώς αβεβαιότητας

Συνεχείς κατανομές



Η πιθανότητα ΚΤΡ μεγαλύτερων από 424 € για το έργο Α είναι:

$$1 - 0.1151 = 0.8849 \text{ ή } 88.5 \%$$

Η πιθανότητα ΚΤΡ μεγαλύτερων από 424 € για το έργο Β είναι:

$$1 - 0.4052 = 0.5948 \text{ ή } 59.5 \%$$

Περίοδος επανείσπραξης (payback period)

Project	C_0	C_1	C_2	C_3	
A	-2,000	500	500	5,000	3
B	-2,000	500	1,800	0	2
C	-2,000	1,800	500	0	2

Μειονεκτήματα;

Έντοκη περίοδος επανείσπραξης (discounted payback period)

Κόστος επένδυσης	30,000 €			
Επιτόκιο αναγωγής	10%			
Περίοδος	ΚΤΡ	Συντελεστής προεξόφλησης	Παρούσα αξία	Αθροιστική ΠΑ
1	3,000 €	0.9091	2,727 €	2,727 €
2	3,000 €	0.8264	2,479 €	5,207 €
3	3,000 €	0.7513	2,254 €	7,461 €
4	5,000 €	0.6830	3,415 €	10,876 €
5	5,000 €	0.6209	3,105 €	13,980 €
6	5,000 €	0.5645	2,822 €	16,803 €
7	12,000 €	0.5132	6,158 €	22,960 €
8	12,000 €	0.4665	5,598 €	28,559 €
9	12,000 €	0.4241	5,089 €	33,648 €
10	12,000 €	0.3855	4,627 €	38,274 €

Ποια είναι η NPV του έργου;

NPV

Project	C_0	C_1	C_2	C_3
A	-2,000	500	500	5,000
B	-2,000	500	1,800	0
C	-2,000	1,800	500	0

$$NPV(A) = -2000 + \frac{500}{1+0.1} + \frac{500}{(1+0.1)^2} + \frac{5000}{(1+0.1)^3} = 2624$$

$$NPV(B) = -2000 + \frac{500}{1+0.1} + \frac{1800}{(1+0.1)^2} = -58$$

$$NPV(C) = -2000 + \frac{1800}{1+0.1} + \frac{500}{(1+0.1)^2} = 50$$

Σημείωση: $NPV(A) + NPV(B) = NPV(A+B)$

IRR

C_0	C_1	C_2
-4,000	+2,000	+4,000

$$-4000 + \frac{2000}{1+IRR} + \frac{4000}{(1+IRR)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$IRR = 0.28 \text{ or } 28\%$$

Άλλα κριτήρια

Συντελεστής μεταβλητότητας = $\sigma / E(X)$

Καθαρός δείκτης απόδοσης = $NPV / \text{Κόστος επένδυσης}$

Εφαρμογές της NPV στην αποτίμηση χρεογράφων

Αρχές αποτίμησης

- ✓ Βασική αρχή
 - ⇒ Αξία χρεογράφου = **PV** μελλοντικών χρηματοροών που αυτό θα αποφέρει
- ✓ Για να προσδιορίσουμε την εύλογη αξία μιας μετοχής ή ενός ομολόγου, απαιτείται να:
 - ⇒ Εκτιμηθούν οι μελλοντικές χρηματοροές:
 - Μέγεθος (πόσα)
 - Χρόνος (πότε)
 - ⇒ Προεξοφληθούν οι μελλοντικές χρηματοροές στο κατάλληλο επιτόκιο αναγωγής:
 - Η απόδοση αυτή θα πρέπει να αντικατοπτρίζει τον κίνδυνο που ενσωματώνεται στο συγκεκριμένο χρεόγραφο.

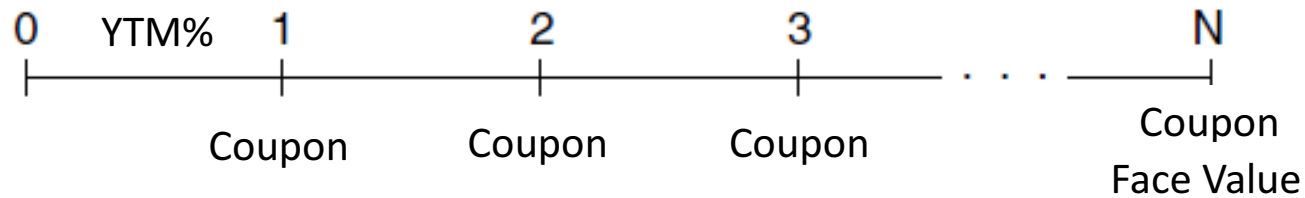
Ομόλογα

- ✓ Ένα ομόλογο είναι ένα χρηματοοικονομικό προϊόν (χρέος), μέσης ή μακράς προθεσμίας, το οποίο εκδίδεται από μια εταιρεία ή ένα κράτος. Ο δανειζόμενος (εκδότης) συμφωνεί να κάνει περιοδικές πληρωμές τόκων και κεφαλαίου στον κάτοχο του ομολόγου.

Αποτίμηση ομολόγων

$$V_B = \frac{Coupon}{(1+YTM)^1} + \frac{Coupon}{(1+YTM)^2} + \dots + \frac{Coupon}{(1+YTM)^N} + \frac{FV}{(1+YTM)^N} \Rightarrow$$

$$V_B = \sum_{t=1}^N \frac{Coupon}{(1+YTM)^t} + \frac{FV}{(1+YTM)^N}$$



Παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα ομόλογο με:

FV = 1000 €, **N = 15 έτη**, **Coupon Rate = 12%**, **YTM = 10%**,

Τότε:

Coupon = FV x CR = 1000 € x 12% = 120 €

Επομένως:

$$V_B = \sum_{t=1}^{15} \frac{120}{(1+0.1)^t} + \frac{1000}{(1+0.1)^{15}} = 1152.12 \text{ EUR}$$

Το ομόλογο διαπραγματεύεται «υπέρ το άρτιο» (δλδ. πιο πάνω από την ονομαστική του αξία).

Παράδειγμα

Time	15 yrs		
Face value	1,000		
Coupon rate	12%		
YTM	10%		
Period	Cash flow	Discount factor	Present value
1	120 €	0.9091	109.09 €
2	120 €	0.8264	99.17 €
3	120 €	0.7513	90.16 €
4	120 €	0.6830	81.96 €
5	120 €	0.6209	74.51 €
6	120 €	0.5645	67.74 €
7	120 €	0.5132	61.58 €
8	120 €	0.4665	55.98 €
9	120 €	0.4241	50.89 €
10	120 €	0.3855	46.27 €
11	120 €	0.3505	42.06 €
12	120 €	0.3186	38.24 €
13	120 €	0.2897	34.76 €
14	120 €	0.2633	31.60 €
15	1,120 €	0.2394	268.12 €
			1,152.12 €

Σχόλιο

Αξία ομολόγου



Όταν τα επιτόκια πέφτουν,
οι τιμές των ομολόγων ανεβαίνουν
και αντιστρόφως.

Επιτόκια

Αποτίμηση μετοχών

Η βασική φόρμουλα για την εύλογη αποτίμηση ενός μετοχικού τίτλου σε έναν ορίζοντα H , είναι η εξής:

$$P_0 = \frac{Div_1}{(1+r)^1} + \frac{Div_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{Div_H + P_H}{(1+r)^H}$$

r : Η ελάχιστη αποδεκτή απόδοση
που απαιτούν οι μέτοχοι

Παράδειγμα

Έστω ότι οι προβλέψεις για τα μερίσματα που θα δώσει μια εταιρεία, κατά τα επόμενα τρία χρόνια, είναι **3 €**, **3.24 €** και **3.5 €**. Στο τέλος της 3-ετίας η τιμή της μετοχής στο χρηματιστήριο αναμένεται να είναι **94.48 €**. Ποιά είναι η εύλογη τιμή της μετοχής σήμερα, αν η ελάχιστη απαιτούμενη απόδοση των μετόχων είναι **12%**;

Απάντηση

$$P_0 = \frac{3}{(1 + 0.12)^1} + \frac{3.24}{(1 + 0.12)^2} + \frac{3.5 + 94.48}{(1 + 0.12)^3} \Rightarrow$$

$$P_0 = 75 \text{ EUR}$$

Θα επενδύατε
σε αυτή τη μετοχή;

Κόστος κεφαλαίου

- ✓ **Κόστος κεφαλαίου** ή **κόστος ευκαιρίας** είναι η ελάχιστη απαιτούμενη απόδοση για μια εταιρεία ή έναν επενδυτή, προκειμένου να γίνει ή να μην γίνει αποδεκτή μια επένδυση, όπως η αγορά μηχανολογικού εξοπλισμού, η αγορά χρεογράφων κλπ.

Μέσο Σταθμικό Κόστος Κεφαλαίου

- ✓ Το **ΜΣΚΚ** (Weighted Average Cost of Capital - WACC) αντιπροσωπεύει το κόστος κεφαλαίου μιας εταιρείας, συνεκτιμώντας με συγκεκριμένες σταθμίσεις τις πηγές χρηματοδότησης της εταιρείας (όπως ίδια κεφάλαια, δάνεια κλπ.).
- ✓ Εάν οι managers θέλουν να μεγιστοποιήσουν την αξία της εταιρείας, πρέπει να αποδέχονται επενδυτικές προτάσεις με απόδοση τουλάχιστον αυτής του **ΜΣΚΚ**.

Μέσο Σταθμικό Κόστος Κεφαλαίου

$$\text{ΜΣΚΚ} = R_D (1 - T_C) \frac{D}{V} + R_E \frac{E}{V}$$

R_E = Κόστος ιδίων κεφαλαίων (απαιτούμενη απόδοση από τους μετόχους)

R_D = Κόστος χρέους (απαιτούμενη απόδοση από τους πιστωτές)

E = Ίδια κεφάλαια

D = Χρέος

V = $E + D$

E/V = Ποσοστό μόχλευσης που είναι ίδια κεφάλαια

D/V = Ποσοστό μόχλευσης που είναι χρέος (δάνεια)

T_C = Συντελεστής φορολογίας

Παράδειγμα

Ισολογισμός

Ενεργητικό	125	50	Χρέος (D)
	<hr/>	75	Ίδια κεφάλαια (E)
	125	125	Αξία εταιρείας (V)

- ✓ Κόστος χρέους: **8%**.
- ✓ Κόστος ιδίων κεφαλαίων: **14.6%**.
- ✓ Συντελεστής φορολογίας: **35%**.

$$\text{ΜΣΚΚ} = 0.8(1 - 0.35) \frac{50}{125} + 14.6 \frac{75}{125} = 10.84\%$$

Σχόλια στην αποτίμηση επιχειρήσεων

Γενικευμένο υπόδειγμα προεξόφλησης μερισμάτων

$$P_0 = \frac{Div_1}{1 + r_E} + \frac{Div_2}{(1 + r_E)^2} + \dots + \frac{Div_N}{(1 + r_E)^N} + \frac{P_N}{(1 + r_E)^N}$$

$$P_N = \frac{Div_{N+1}}{r_E - g}$$

Γενικευμένο υπόδειγμα προεξόφλησης καθαρών ταμειακών ροών

$$V_0 = \frac{FCF_1}{1 + r_{wacc}} + \frac{FCF_2}{(1 + r_{wacc})^2} + \dots + \frac{FCF_N + V_N}{(1 + r_{wacc})^N}$$