

**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
**Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών**  
**Τομέας Ηλ. Βιομηχανικών Διατάξεων & Συστημάτων Αποφάσεων**



## **Πολυκριτηριακά Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων**

**E03 Θεωρία σχέσεων υπεροχής & μέθοδος ELECTRE I**

**Χάρης Δούκας, Παναγιώτης Ξυδώνας & Γιάννης Ψαρράς**

# **Θεωρία των σχέσεων υπεροχής**

# Θεωρία σχέσεων υπεροχής

- Σε αντίθεση με την πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας, στόχος της θεωρίας των σχέσεων υπεροχής δεν είναι η ανάπτυξη μιας συνάρτησης βαθμολόγησης των εναλλακτικών δραστηριοτήτων, όπως η συνάρτηση χρησιμότητας, αλλά η ανάπτυξη ενός μεθοδολογικού πλαισίου που επιτρέπει την πραγματοποίηση διμερών συγκρίσεων μεταξύ των εναλλακτικών δραστηριοτήτων.
- Η σχέση υπεροχής  $S$  είναι μια διμερής σχέση οριζόμενη στο σύνολο των εναλλακτικών δραστηριοτήτων, έτσι ώστε:  
$$x' S x'' \text{ η εναλλακτική } x' \text{ είναι τουλάχιστον εξίσου καλή όσο η } x''$$
- Η γενική ιδέα της σχέσης υπεροχής είναι ότι η σύγκριση δυο οποιονδήποτε εναλλακτικών  $x'$  και  $x''$  βασίζεται στην ισχύ των ενδείξεων που υποστηρίζουν τον ισχυρισμό «η εναλλακτική  $x'$  είναι τουλάχιστον εξίσου καλή όσο η  $x''$ » (θετικές ενδείξεις), καθώς και στην ισχύ των ενδείξεων κατά του ισχυρισμού αυτού (αρνητικές ενδείξεις).
- Εφόσον η ισχύς των θετικών ενδείξεων είναι υψηλή και ταυτόχρονα η ισχύς των αρνητικών ενδείξεων είναι περιορισμένη, τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύει η σχέση υπεροχής  $x' S x''$ , δηλαδή ότι η εναλλακτική  $x'$  είναι τουλάχιστον εξίσου καλή όσο η  $x''$ .

# Θεωρία σχέσεων υπεροχής

- Κύριο χαρακτηριστικό της σχέσης υπεροχής είναι ότι δεν είναι απαραίτητα πλήρης (complete) ή μεταβατική (transitive).
- Η πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας μέσω της ανάπτυξης κατάλληλων συναρτήσεων χρησιμότητας οδηγεί σε μια πλήρη αξιολόγηση των εναλλακτικών, η οποία βασίζεται στις σχέσεις προτίμησης ( $P$ ) και αδιαφορίας ( $I$ ).
- Στο πλαίσιο αυτό για οποιεσδήποτε δυο εναλλακτικές  $x'$  και  $x''$  θα ισχύει  $x' P x''$  ή  $x' I x''$ . Ταυτόχρονα οι σχέσεις προτίμησης και αδιαφορίας θεωρούνται μεταβατικές, δηλαδή αν  $x' P x''$  και  $x'' P x'''$  τότε  $x' P x'''$  (το ίδιο ισχύει και για τη σχέση αδιαφορίας  $I$ ).
- Αντίθετα, στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής θεωρείται ότι οι προτιμήσεις του αποφασίζοντος δεν ακολουθούν απαραίτητα τη μεταβατική ιδιότητα και επιπλέον θεωρείται ότι μια πλήρης αξιολόγηση των εναλλακτικών δεν είναι πάντα εφικτή.

# Θεωρία σχέσεων υπεροχής

## Μέθοδοι θεωρίας σχέσεων υπεροχής

Μέθοδος	Αναφορά
ELECTRE	Roy (1968, 1991, 1996)
QUALIFLEX	Paelinck (1976, 1977)
PROMETHEE	Brans et al. (1986)
ORESTE	Roubens (1982)
REGIME	Hinloopen et al. (1983)
EVAMIX	Voogd (1982, 1983)
MELCHIOR	Leclercq (1984)
TACTIC	Vansnick (1986)
PRAGMA	Matarazzo (1988)
MAPPAC	Matarazzo (1990)
ARGUS	De Keyser and Peeters (1994)
IDRA	Greco (1997)
PACMAN	Giarlotta (1998, 2001)

# **Η μέθοδος ELECTRE I**

# Έλεγχος συμφωνίας

$$C(a,b) = \frac{1}{W} \sum_{g_j(a) \geq g_j(b)} w_j$$

$$W = \sum_{j=1}^n w_j$$

$$0 \leq C \leq 1$$

# Έλεγχος ασυμφωνίας

$$D(a,b) = 0 \text{ αν } g_j(a) \geq g_j(b) \quad \forall j$$

$$D(a,b) = \frac{1}{\delta} \max [g_j(b) - g_j(a)]$$

$$\delta = \max [g_j(c) - g_j(d)]$$

$$0 \leq D \leq 1$$



## Η σχέση επικράτησης

$$a \ S \ b \Leftrightarrow C(a,b) \geq \hat{c} \ \text{και} \ D(a,b) \leq \hat{d}$$

# Εφαρμογή

# Εφαρμογή

- Επιλογή της κατάλληλης τοποθεσίας για τη χωροθέτηση ενός αυτοκινητοδρόμου
- 6 εναλλακτικές τοποθεσίες
- 5 κριτήρια
  - $Cr_1$  Θόρυβος ( $w_1 = 3$ )
  - $Cr_2$  Επικοινωνία/αποκοπή περιοχών ( $w_2 = 2$ )
  - $Cr_3$  Ατμοσφαιρική ρύπανση ( $w_3 = 3$ )
  - $Cr_4$  Επιβάρυνση εδάφους ( $w_4 = 1$ )
  - $Cr_5$  Οπτική επιβάρυνση ( $w_5 = 1$ )

## Δεδομένα

	$Cr_1$	$Cr_2$	$Cr_3$	$Cr_4$	$Cr_5$
<b>Weighting</b>	3	2	3	1	1
$P_1$	10	20	5	10	16
$P_2$	0	5	5	16	10
$P_3$	0	10	0	16	7
$P_4$	20	5	10	10	13
$P_5$	20	10	15	10	13
$P_6$	20	10	20	13	13

# Πίνακας συμφωνίας

$$C_{P1,P2} = (3 + 2 + 3 + 0 + 1) / 10 = \mathbf{0.9}$$

$$C_{P1,P3} = (3 + 2 + 3 + 0 + 1) / 10 = \mathbf{0.9}$$

$$C_{P5,P4} = (3 + 2 + 3 + 1 + 1) / 10 = \mathbf{1.0}$$

$$C_{P2,P6} = (0 + 0 + 0 + 1 + 0) / 10 = \mathbf{0.1}$$

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
$P_1$		0.9	0.9	0.4	0.4	0.3
$P_2$	0.4		0.8	0.4	0.1	0.1
$P_3$	0.1	0.6		0.3	0.3	0.3
$P_4$	0.7	0.9	0.7		0.5	0.4
$P_5$	0.7	0.9	0.9	1.0		0.6
$P_6$	0.7	0.9	0.9	1.0	1.0	

## Πίνακας ασυμφωνίας

$$D_{P_1,P_2} = 6 / 20 = \mathbf{0.3}$$

$$D_{P_1,P_3} = 6 / 20 = \mathbf{0.3}$$

$$D_{P_5,P_4} = 0 / 20 = \mathbf{0.0}$$

$$D_{P_2,P_6} = 20 / 20 = \mathbf{1.0}$$

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
$P_1$		0.3	0.3	0.5	0.5	0.75
$P_2$	0.75		0.25	1.0	1.0	1.0
$P_3$	0.5	0.25		1.0	1.0	1.0
$P_4$	0.75	0.3	0.3		0.25	0.5
$P_5$	0.5	0.3	0.3	0.0		0.25
$P_6$	0.5	0.15	0.15	0.0	0.0	

## Κατασκευή πυρήνα

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
$P_1$		0.9	0.9	0.4	0.4	0.3
$P_2$	0.4		0.8	0.4	0.1	0.1
$P_3$	0.1	0.6		0.3	0.3	0.3
$P_4$	0.7	0.9	0.7		0.5	0.4
$P_5$	0.7	0.9	0.9	1.0		0.6
$P_6$	0.7	0.9	0.9	1.0	1.0	

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
$P_1$		0.3	0.3	0.5	0.5	0.75
$P_2$	0.75		0.25	1.0	1.0	1.0
$P_3$	0.5	0.25		1.0	1.0	1.0
$P_4$	0.75	0.3	0.3		0.25	0.5
$P_5$	0.5	0.3	0.3	0.0		0.25
$P_6$	0.5	0.15	0.15	0.0	0.0	

$\hat{c} = 1.0$  και  $\hat{d} = 0.0$       $P_6 S P_5, P_6 S P_4, P_5 S P_4$       $\Pi = \{P_1, P_2, P_3, P_6\}$

$\hat{c} = 0.9$  και  $\hat{d} = 0.15$       $P_6 S P_3, P_6 S P_2$       $\Pi = \{P_1, P_6\}$

$\hat{c} = 0.7$  και  $\hat{d} = 0.5$       $P_6 S P_1$       $\Pi = \{P_6\}$

**Τέλος ενότητας**