

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

Άσκηση 1

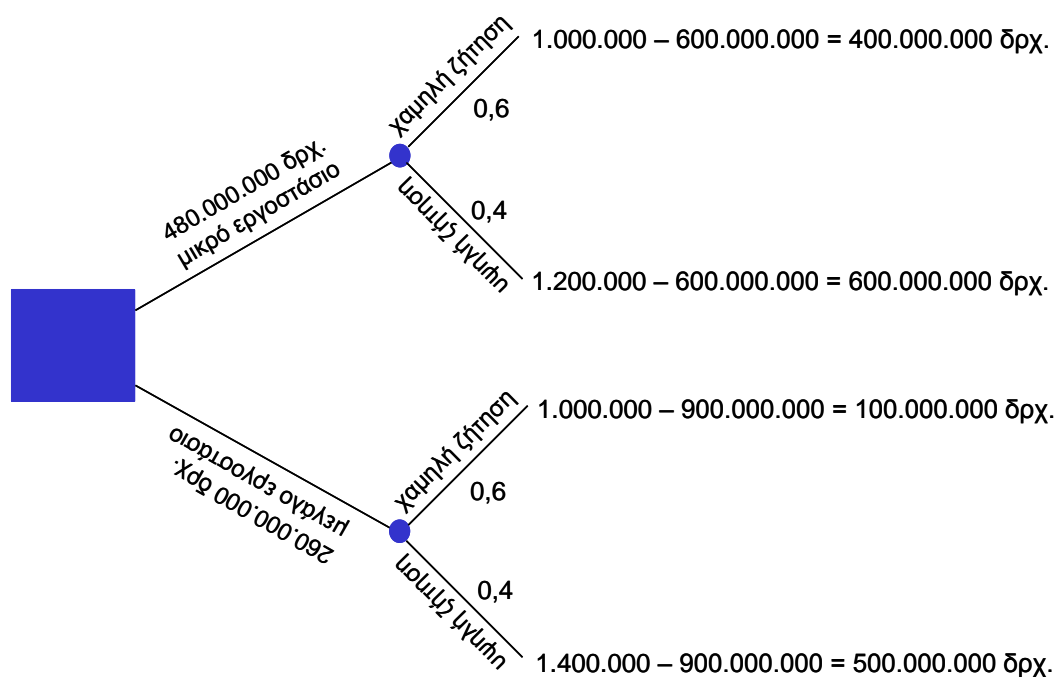
Η εταιρεία Z εξετάζει την πιθανότητα κατασκευής ενός νέου, πρόσθετου εργοστασίου για την παραγωγή ενός νέου προϊόντος. Έτσι έχει δυο επιλογές:

- Η πρώτη αφορά στην κατασκευή ενός μικρού εργοστασίου κόστους 600 εκ. δρχ. Εάν η ζήτηση του νέου προϊόντος είναι χαμηλή η εταιρεία προσβλέπει σε κέρδη του 1 δις δρχ., ενώ εάν η ζήτηση είναι υψηλή σε κέρδη του 1,2 δις δρχ.
- Η δεύτερη επιλογή αφορά στην κατασκευή ενός μεγαλύτερου εργοστασίου κόστους 900 εκ. δρχ. Στην περίπτωση αυτή εάν η ζήτηση του νέου προϊόντος είναι χαμηλή η εταιρεία προσβλέπει σε κέρδη του 1 δις δρχ., ενώ εάν η ζήτηση είναι υψηλή σε κέρδη του 1,4 δις δρχ.

Ανεξάρτητα από την επιλογή, η εταιρεία έχει προβλέψει ότι η πιθανότητα για χαμηλή ζήτηση του καινούργιου προϊόντος είναι 60%, ενώ για υψηλή είναι 40%.

Να σχεδιαστεί το δέντρο αποφάσεων το οποίο θα βοηθήσει τους υπευθύνους της εταιρείας να κάνουν την επιλογή τους και να οριστεί ποια είναι αυτή.

Λύση



Συμφέρει την εταιρεία η κατασκευή του μικρού εργοστασίου.

Άσκηση 2

Ο Διευθυντής μιας μικρής μονάδας συμπαραγωγής (ηλεκτρική ενέργεια + θερμότητα) αντιμετωπίζει το εξής πρόβλημα: Το εργοστάσιο του χρησιμοποιεί για την παραγωγή ως βασικό καύσιμο το λιγνίτη, τον οποίο μπορεί να προμηθευτεί από δύο διαφορετικούς προμηθευτές (ορυχεία) Α και Β. Η διαφορά των δύο προμηθευτών έγκειται τόσο στην απόδοση όσο και στην τιμή του παρεχόμενου καυσίμου. Έτσι, μια μονάδα καυσίμου τύπου Α παράγει 4 μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 2 μονάδες θερμότητας ενώ μια μονάδα τύπου Β παράγει 6 μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 6 μονάδες θερμότητας. Το κόστος ανά μονάδα τύπου Α είναι 20000 δρχ ενώ για τον τύπο Β είναι 40000 δρχ.

Τα παραπάνω συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Δεδομένα:

Τύπος Καυσίμου	Μονάδες Ηλ. Ενέργειας (ανά μονάδα καυσίμου)	Μονάδες Θερμότητας (ανά μονάδα καυσίμου)	Κόστος (ανά μονάδα καυσίμου)
A	4	2	20000
B	6	6	40000

Ζητούμενο:

Πόση ποσότητα καυσίμου τύπου Α και Β πρέπει να καταναλώσει το εργοστάσιο ώστε να παραχθούν τουλάχιστον 120 μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 72 μονάδες θερμότητας, με το ελάχιστο κόστος;

- Να καταστρωθούν οι εξισώσεις του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού για το πρόβλημα.

Περιορισμός:

Για λόγους που συνδέονται με τις εμπορικές συμφωνίες της διοίκησης, το εργοστάσιο πρέπει κατά τη διαδικασία παραγωγής να καταναλώσει τουλάχιστον 10 μονάδες καυσίμου τύπου Β.

Λύση

α) Ορισμός μεταβλητών

A: η ποσότητα που θα ζητηθεί από τον προμηθευτή Α

B: η ποσότητα που θα ζητηθεί από τον προμηθευτή Β

Αντικειμενική Συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση:

$$Z=20.000 \cdot A + 40000 \cdot B$$

Όπου 20000 το ανά μονάδα κόστος για τον Α

Και 40000 το ανά μονάδα κόστος για τον Β

Περιορισμοί:

$$4A + 6B \geq 120$$

$$2A + 6B \geq 72$$

$$B \geq 10$$

Ασκηση

Ένα μικρό παρασκευαστήριο παγωτού φτιάχνει τρεις τύπους παγωτών: Βανίλια, Σοκολάτα και Ανάμεικτο (το οποίο αποτελείται από 60% βανίλια και 40% σοκολάτα).

Για την παρασκευή ενός παγωτού πρέπει οι πρώτες ύλες να περάσουν από δύο μηχανές: τον βραστήρα και τον αναμικτήρα.

Η παραγωγή των παγωτών βανίλιας και σοκολάτας μπορεί να γίνει είτε μέσω της διεργασίας A κατά την οποία παράγονται ταυτόχρονα 30 κιλά βανίλιας και 40 κιλά σοκολάτας, είτε μέσω της διεργασίας B κατά την οποία παράγονται 50 κιλά βανίλια και 20 κιλά σοκολάτας.

Η διεργασία A απαιτεί μία ώρα χρήση βραστήρα και μισή ώρα του αναμικτήρα, ενώ η B 1,25 ώρες στο βραστήρα και 0,4 στον αναμικτήρα.

Για την παρασκευή του ανάμεικτου παγωτού εκτελείται η διεργασία Γ η οποία κάνει την ανάμιξη των δύο παγωτών και απαιτεί 0,8 ώρες χρήσης του αναμικτήρα για την παραγωγή 10 κιλού παγωτού, αναμιγνύοντας τις αντίστοιχες ποσότητες έτοιμων παγωτών βανίλιας και σοκολάτας.

Με βάση το εβδομαδιαίο πρόγραμμα παραγωγής της εταιρείας, οι μέγιστοι χρόνοι λειτουργίας του βραστήρα και του αναμικτήρα είναι 150 και 160 ώρες ανά εβδομάδα αντίστοιχα. Σύμφωνα με υπολογισμούς της εταιρείας, κάθε φορά που εκτελείται η A στοιχίζει 22€, η B στοιχίζει 19€ και η Γ 5€. Οι τιμές πώλησης ανά κιλό προϊόντος είναι 2,00€ για τη βανίλια, 2,10€ για τη σοκολάτα και 2,60€ για το ανάμεικτο και δεν υπάρχουν καθόλου περιορισμοί στη ζήτηση των προϊόντων.

Καταστρώστε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού σχετικά με τις φορές που πρέπει να εκτελείται κάθε μία από τις διεργασίες A, B και Γ, το οποίο μεγιστοποιεί τα εβδομαδιαία κέρδη της επιχείρησης.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Δε ζητείται η επίλυση του προβλήματος, παρά μόνο η κατάστρωση/ διατύπωση αυτού.

Λύση

$$\text{MAX } [2*(30A + 50B - 6\Gamma) + 2,10*(40A + 20B - 4\Gamma) + 2,60 * (10\Gamma) - [22A + 19B + 5\Gamma]]$$

(όπου A,B,Γ είναι οι φορές που εκτελούνται οι διεργασίες A,B,Γ αντίστοιχα)

$$A + 1,25B < 150$$

$$0,5A + 0,4B + 0,8\Gamma < 160$$

$$30A + 50B - 6\Gamma > 0$$

$$40A + 20B - 4\Gamma > 0$$

$$A; B; \Gamma > 0$$

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΛΥΣΙΔΑΣ ΠΡΟΜΗΘΕΙΩΝ – ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ

Άσκηση 1

Μια εταιρεία παρασκευής αρτοσκευασμάτων διαθέτει αλυσίδα καταστημάτων και υποφέρει από υπερ- ή υποεκτίμηση των απαιτήσεων της αγοράς σε κομμάτια προϊόντων. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα στοιχεία που αφορούν τη ζήτηση τις τελευταίες τέσσερις εβδομάδες. Τα προϊόντα παρασκευάζονται για την επόμενη μέρα και επειδή το εργαστήριο παρασκευής είναι κλειστό το Σάββατο, η παραγωγή της Παρασκευής πρέπει να ικανοποιεί και την ζήτηση του Σαββάτου.

	Πριν 4 εβδομάδες	Πριν 2 εβδομάδες	Πριν 3 εβδομάδες	Πριν 1 εβδομάδα
Δευτέρα	2200	2400	2300	2400
Τρίτη	2000	2100	2200	2200
Τετάρτη	2300	2400	2300	2500
Πέμπτη	1800	1900	1800	2000
Παρασκευή	1900	1800	2100	2000
Σάββατο				
Κυριακή	2800	2700	3000	2900

Να προβλεφθούν:

1. Η καθημερινή ζήτηση χρησιμοποιώντας τον απλό κινούμενο μέσο όρο των τεσσάρων εβδομάδων.
2. Η καθημερινή ζήτηση χρησιμοποιώντας σταθμισμένο μέσο όρο με 0.4, 0.3, 0.2 και 0.1 για τις τέσσερις περασμένες εβδομάδες.
3. Η εταιρεία επίσης σχεδιάζει τις προμήθειες της σε πρώτες ύλες για την παραγωγή ψωμιού. Αν η εταιρεία προέβλεπε ζήτηση 22000 κομματιών και μόνο 21000 ζητήθηκαν τελικά ποια πρέπει να είναι η πρόβλεψη της εταιρείας για αυτή την εβδομάδα χρησιμοποιώντας εκθετική εξομάλυνση με $\alpha=0.1$;
4. Αν, υποθέσουμε ότι με την πρόβλεψη στο προηγούμενο ερώτημα, η πραγματική ζήτηση είναι 22500 κομμάτια. Ποια πρέπει να είναι η πρόβλεψη για την επόμενη εβδομάδα;

Λύση

1. Κινούμενος μέσος όρος:
Δευτέρα: $(2400+2300+2400+2200)/4 = 9300/4 = 2325$
Τρίτη: $8500/4 = 2125$
Τετάρτη: $9500/4 = 2375$
Πέμπτη: $7500/4 = 1875$
Παρασκευή: $7800/4 = 1950$
Σάββατο και Κυριακή: $11400/4 = 2850$

2. Σταθμισμένος Μέσος Όρος με βάρη 0.4, 0.3, 0.2 και 0.1:

	(0.1)	(0.2)	(0.3)	(0.4)	
Δευτέρα	220 +	480 +	690 +	960 =	2350
Τρίτη	200 +	420 +	660 +	880 =	2160
Τετάρτη	230 +	480 +	690 +	1000 =	2400
Πέμπτη	180 +	380 +	540 +	800 =	1900
Παρασκευή	190 +	360 +	630 +	800 =	1980
Σάββατο					
Κυριακή	280 +	540 +	900 +	1160 =	2880
	1300	2660	4110	5600 =	13670

3. Εκθετική εξομάλυνση:

$$\begin{aligned}
 F_t &= F_{t-1} + a (A_{t-1} - F_{t-1}) = \\
 &= 22000 + 0.10 (21000 - 22000) = \\
 &= 22000 - 100 = 21900 \text{ κομμάτια}
 \end{aligned}$$

4. Εκθετική εξομάλυνση:

$$\begin{aligned}
 F_{t+1} &= 21900 + 0.10 (22500 - 21900) = \\
 &= 21900 + 0.10 (600) = 21960 \text{ κομμάτια}
 \end{aligned}$$

Άσκηση 2

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται δεδομένα σχετικά με τις πωλήσεις μιας εταιρείας, για τα προηγούμενα δύο χρόνια, ανά τρίμηνο.

Περίοδος	Τρίμηνο	Ζήτηση
1	I	300
2	II	540
3	III	885
4	IV	580
5	I	416
6	II	760
7	III	1191
8	IV	760

A. Με βάση τα δεδομένα αυτά να γίνουν οι προβλέψεις για το επόμενο έτος (ανά τρίμηνο) σύμφωνα με τη μέθοδο της παλινδρόμησης.

B. Ποιες άλλες ποσοτικές μεθόδους προβλέψεων γνωρίζετε;

Γ. Με ποια κριτήρια επιλέγεται κάθε φορά η καταλληλότερη μέθοδος πρόβλεψης;

Για την εφαρμογή της μεθόδου της παλινδρόμησης δίνονται οι παρακάτω τύποι:

$$Y_t = a + bx,$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n(\bar{y})(\bar{x})}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}$$

όπου x η τιμή της περιόδου και y η ζήτηση.

Λύση

Περίοδος (X)	Y	Μέση τριμηνιαία ζήτηση	Εποχικός παράγοντας	Ζήτηση χωρίς εποχικό παράγοντα	X ²	X(Y _d)
1	300	358	0,53	566,50	1	566,04
2	540	650	0,96	562,50	4	1125,00
3	885	1038	1,53	578,43	9	1735,29
4	580	670	0,99	585,86	16	2343,44
5	416		0,53	784,90	25	3924,50
6	760		0,96	791,67	36	4750,02
7	1191		1,53	778,43	49	5449,01
8	760		0,99	767,68	64	6141,44
Σ 36	5432			5415,51	204	26034,70
M 4,5	679					

$$\bar{x} = 4,5$$

$$\bar{Y}_d = \frac{5415,51}{8} = 676,94$$

$$b = \frac{26034,7 - 8 \cdot 676,94 \cdot 4,5}{204 - 8(4,5)^2} = 39,64$$

$$a = \bar{Y}_d - b\bar{x} = 676,94 - 39,64 \cdot 4,5 = 498,56$$

$$\Rightarrow 498,56 + 39,64x$$

Περίοδος	Τρίμηνο	Y	Εποχ. Παράγ.	Πρόβλεψη
9	I	855,32	0,53	453,32
10	II	894,96	0,96	859,16
11	III	934,60	1,53	1429,94
12	IV	974,24	0,99	964,50

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Άσκηση

Ο κ. Φ. Κόπης είναι διευθυντής μιας μικρής επιχείρησης φωτοαντιγράφων που αναλαμβάνει την αναπαραγωγή και βιβλιοδέτηση εγγράφων για λογαριασμό μιας μεγάλης δικηγορικής εταιρείας. Στην αρχή της ημέρας ένας πελάτης παρέδωσε πέντε ογκώδεις φακέλους για αναπαραγωγή και βιβλιοδέτηση και ζήτησε να του παραδοθούν σε λιγότερο από τέσσερις ώρες. Ο κ. Κόπης εκτίμησε τους απαιτούμενους χρόνους αναπαραγωγής και βιβλιοδέτησης κάθε φακέλου (ο φάκελος Β χρειάζεται μόνο βιβλιοδέτηση) και κατήρτισε τον πίνακα που ακολουθεί:

Φάκελος	Χρόνος Αναπαραγωγής (min)	Χρόνος βιβλιοδέτησης (min)
A	60	30
B	-	40
Γ	50	20
Δ	80	60
E	40	10

Με δεδομένο πως η σειρά βιβλιοδέτησης των φακέλων ακολουθεί τη σειρά αναπαραγωγής τους, ο κ. Κόπης έχει τις ακόλουθες ερωτήσεις:

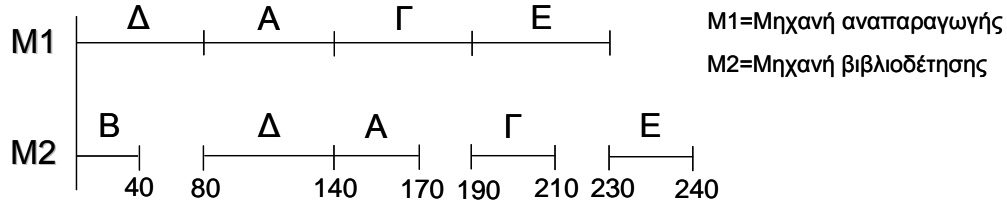
1. Είναι δυνατή η ολοκλήρωση όλων των εργασιών σε λιγότερο από 4 ώρες;
2. Ανεξάρτητα από την παραπάνω απάντηση, να καταστρωθεί πλάνο δρομολόγησης των εργασιών αναπαραγωγής / βιβλιοδέτησης που να εξασφαλίζει τον ελάχιστο χρόνο εκτέλεσής τους.
3. Το πλάνο γίνεται αποδεκτό και η εφαρμογή του αρχίζει στις 10:00 πμ. Στις 10:15 ο κ. Κόπης ερωτά: Πότε το νωρίτερο θα είναι ο φάκελος Α;
4. Στις 12:30 επανέρχεται. Είναι δυνατόν, χωρίς να μεταβάλλουμε το πλάνο:
 - Να παρεμβάλουμε μια έκτακτη, «εξωτερική» εργασία βιβλιοδέτησης, διάρκειας 10 λεπτών, ώστε να ολοκληρωθεί πριν τις 13:20;
 - Να παρεμβάλουμε μια άλλη έκτακτη «εξωτερική» εργασία αναπαραγωγής, διάρκειας 2 λεπτών, ώστε να ολοκληρωθεί πριν τις 13:30;

Λύση

1. Πρόκειται για πρόγραμμα χρονοδρομολόγησης 2 εργασιών σε 2 μηχανές. Κάνουμε χρήση του κανόνα του Johnson. Πρώτα θα εκτελεστεί η εργασία Β γιατί απαιτεί μηδενικό χρόνο στην πρώτη «μηχανή». Η Ε τίθεται τελευταία διότι έχει μικρότερο χρόνο που αντιστοιχεί στη 2η «μηχανή». Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι η σειρά θα είναι η εξής:



Το ακόλουθο διάγραμμα χρονοδρομολόγησης δείχνει τον ολικό χρόνο που θα χρειαστεί:



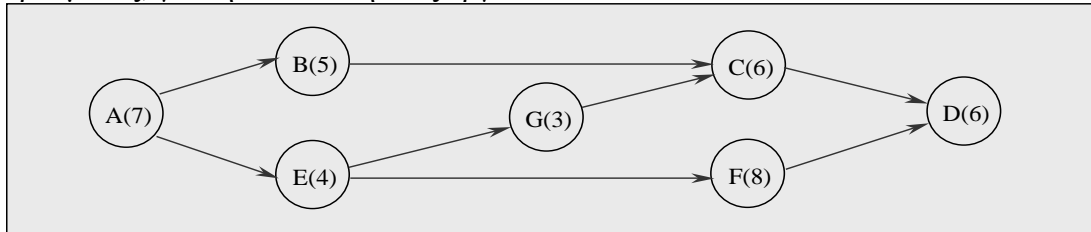
Ο συνολικός χρόνος είναι 240 min δηλαδή 4 ώρες, και δεν μπορεί να γίνει γρηγορότερα. (Επίσης έχουμε υποθέσει ότι οι 2 μηχανές μπορούν να λειτουργούν ταυτόχρονα).

2. Το πλάνο έχει δοθεί στο προηγούμενο ερώτημα.
3. Αν στις 10:00 π.μ. αντιστοιχίσουμε τον χρόνο 0, στις 10:15 π.μ. βρισκόμαστε στο σημείο $t=15$ min. Από τον διάγραμμα βλέπουμε ότι ο φάκελος ολοκληρώνεται στο $t=170$ min. (δηλ. 170 min μετά τις 10:00 π.μ.) Δηλ. στις 12:50 μ.μ. Η ώρα 12:30 μ.μ. αντιστοιχεί στο $t=150$ min και η 1:20 μ.μ. στο $t=200$ min. Είναι προφανές ότι μπορούμε να παρεμβάλουμε μια 10λεπτη εργασία που απαιτεί βιβλιοδεσία μεταξύ $t=170$ και $t=190$. Αντίθετα, δεν μπορούμε να παρεμβάλουμε καμιά εργασία αναπαραγωγής διότι η μηχανή M1 απασχολείται διαρκώς.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΩΝ

Άσκηση 1

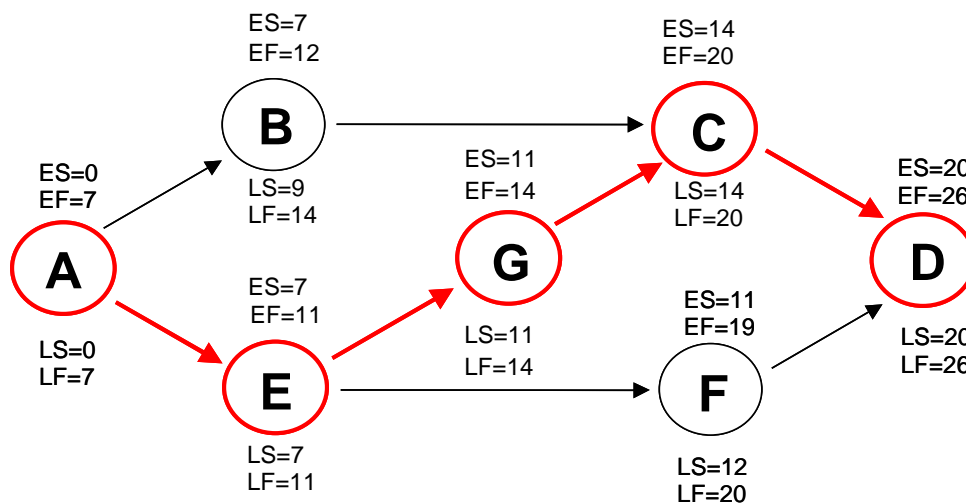
Παρακάτω δίνεται το διάγραμμα CPM και οι χρόνοι εκτέλεσης των εργασιών σε εβδομάδες, για την εκτέλεση ενός έργου.



1. Να προσδιοριστεί το κρίσιμο μονοπάτι και οι χρόνοι ES, EF, LS, LF όλων των εργασιών.
2. Ποιος είναι ο χρόνος περάτωσης του έργου;
3. Αν ο χρόνος εκτέλεσης της εργασίας F μειωθεί κατά δύο (2) εβδομάδες και της εργασίας B κατά μία (1) πώς επηρεάζεται ο χρόνος περάτωσης του έργου;

Λύση

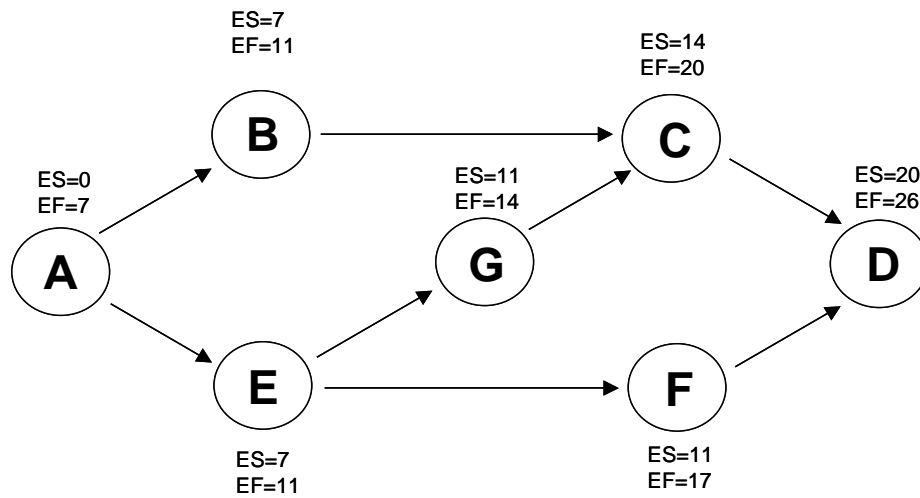
1.



Κρίσιμο μονοπάτι είναι αυτό που σημειώνεται τονισμένο.

2. Χρόνος περάτωσης του έργου είναι το EF του D=26.

3.



Ο χρόνος περάτωσης του έργου είναι και πάλι 26, δεν επηρεάζεται με κανένα τρόπο από αυτή την αλλαγή.

Άσκηση 2

Για την ολοκλήρωση ενός έργου έχει υπολογιστεί ότι απαιτείται να εκτελεστούν οι δραστηριότητες που δίνονται στον παρακάτω πίνακα, με την κατάλληλη αλληλουχία.

A. Να σχεδιαστεί το διάγραμμα δραστηριοτήτων και το διάγραμμα GANTT. Να υπολογιστούν οι νωρίτεροι χρόνοι έναρξης και περάτωσης των δραστηριοτήτων και η κρίσιμη διαδρομή. (15%)

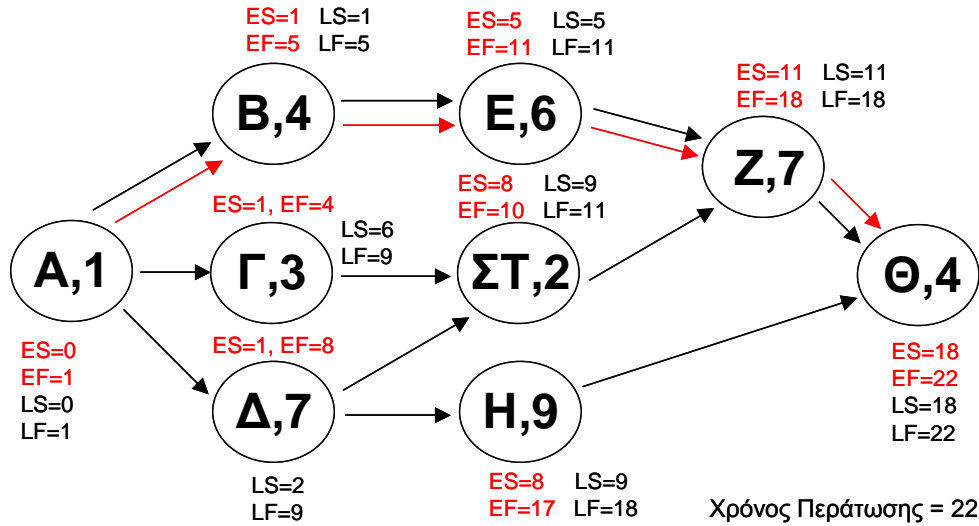
B. Τι θα συμβεί αν η διάρκεια της δραστηριότητας ΣΤ αναθεωρηθεί και από 2 γίνει 4 ημέρες; (5%)

Γ. Γιατί για τον έλεγχο της υλοποίησης ενός έργου πρέπει πάντα να προσέχουμε την κρίσιμη διαδρομή; (5%)

Δραστηριότητα α	Συνδεδεμένες Δραστηριότητες	Διάρκεια Δραστηριότητας
A	-	1
B	A	4
Γ	A	3
Δ	A	7
E	B	6
ΣΤ	Γ, Δ	2
Z	E, ΣΤ	7
H	Δ	9
Θ	Z, H	4

Λύση

(Α) Διάγραμμα Δραστηριοτήτων

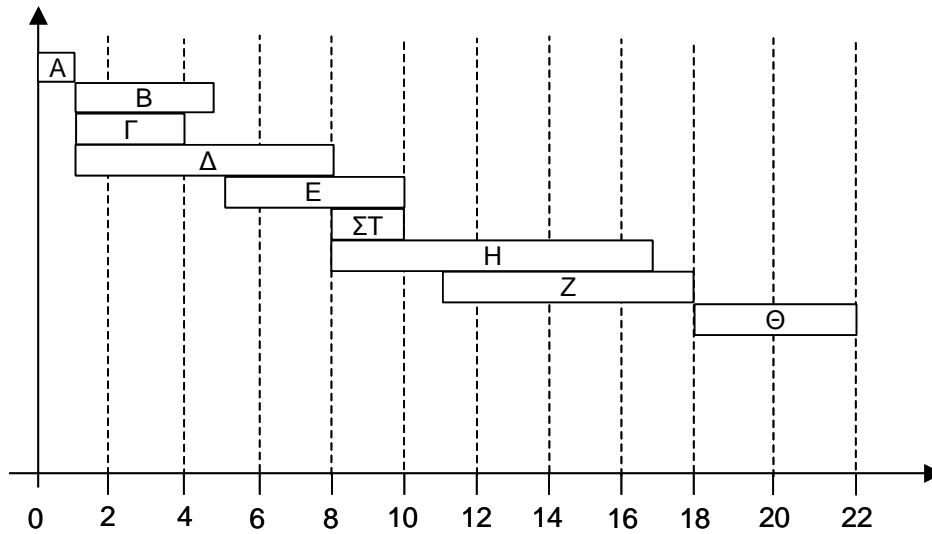


Νωρίτερος Χρόνος Έναρξης: ES
 Νωρίτερος Χρόνος Περάτωσης: EF

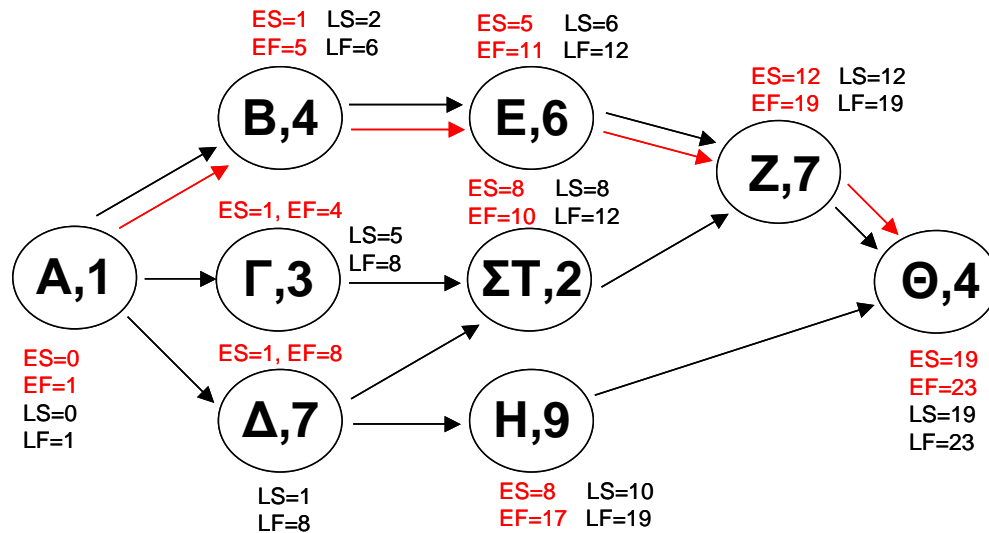
Αργότερος Χρόνος Έναρξης: LS
 Αργότερος Χρόνος Λήξης: LF

	ES	EF
A	0	1
B	1	5
Γ	1	4
Δ	1	8
Ε	5	11
ΣΤ	8	10
Ζ	8	17
Η	11	18
Θ	18	22

Κρίσιμη διαδρομή: **A ⇒ B ⇒ E ⇒ Z ⇒ Θ**



(B) Αν η διάρκεια της ΣΤ γίνει 12 τότε $ES=8$, $EF=12$ και:



Ο χρόνος περάτωσης θα αυξηθεί κατά μία χρονική μονάδα.

Η κρίσιμη διαδρομή θα αλλάξει και θα γίνει:

$A \Rightarrow \Delta \Rightarrow \Sigma T \Rightarrow Z \Rightarrow \Theta$

(Γ) Η κρίσιμη διαδρομή είναι η διαδρομή κατά την οποία υπάρχουν τα στενότερα (μηδενικά) περιθώρια υλοποίησης των δραστηριοτήτων. Αυτό έχει ως συνέπεια ότι τυχόν καθυστέρηση σε κάποια από τις δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στην κρίσιμη διαδρομή, έχουν ως αποτέλεσμα την καθυστέρηση του συνόλου του έργου.