



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Η ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ ΜΕΘΟΔΩΝ ELECTRE: ELECTRE I & ELECTRE TRI

Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων, ΣΗΜΜΥ ΕΜΠ

Αλέξανδρος Νίκας, Χάρης Δούκας, Ιωάννης Ψαρράς

ΣΚΟΠΟΣ & ΜΕΘΟΔΟΙ

○ Σκοπός των μεθόδων σχέσεων υπεροχής

Οι μέθοδοι υπεροχής βασίζονται στην συσχέτιση των διαφορετικών εναλλακτικών με την κατασκευή διμερών σχέσεων υπεροχής βάσει των κριτηρίων που ορίζονται από κάθε πρόβλημα. Μια εναλλακτική x λέμε πως υπερέχει μιας δεύτερης εναλλακτικής y αν υπάρχουν αρκετοί λόγοι που να υποστηρίζουν πως η x είναι τουλάχιστον όσο καλή είναι η y και ταυτόχρονα δεν υπάρχουν σημαντικοί λόγοι που να υποστηρίζουν το αντίθετο.

$x S y \Leftrightarrow$ "Η εναλλακτική x είναι εξισου ή πιο καλη από την y "

○ Δημοφιλείς μέθοδοι

- ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité)
- PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations)

ELECTRE I

○ Εισαγωγή

Η μέθοδος ELECTRE I είναι η πρώτη μέθοδος της ευρύτερης οικογένειας ELECTRE που βασίζεται στην αξιολόγηση των διμερών σχέσεων μεταξύ των εναλλακτικών. Στόχος της μεθόδου δεν είναι να βρεθεί πάντα μια βέλτιστη εναλλακτική αλλά ένα υποσύνολο εναλλακτικών που θα υπερέχουν των υπολοίπων.

○ Μεθοδολογία

Η μέθοδος ELECTRE I αποτελείται από μια σειρά διαδοχικών ελέγχων, οι οποίοι συνδυάζονται με στόχο να αναδείξουν εναλλακτικές που υπερισχύουν:

- Εφαρμογή ελέγχου συμφωνίας για κάθε ζεύγος εναλλακτικών.
- Εφαρμογή ελέγχου ασυμφωνίας για κάθε ζεύγος εναλλακτικών.
- Κατασκευή του πίνακα και του γραφήματος υπεροχής.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Έννοια	Περιγραφή
Εναλλακτικές	Οι επιλογές ανάμεσα στις οποίες πρέπει να επιλέξουν οι αποφασίζοντες για την επίλυση του προβλήματος.
Κριτήρια	Τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών, βάσει των οποίων θα αξιολογηθούν, των οποίων επιθυμούμε την ελαχιστοποίηση/μεγιστοποίηση.
Βαθμολογία	Η βαθμολογία που αποδίδει ο/η αποφασίζων κατά την αξιολόγηση μίας εναλλακτικής για ένα συγκεκριμένο κριτήριο.
Βάρη Κριτηρίων	Το βάρος που ο/η αποφασίζων αναθέτει σε κάθε κριτήριο. Μεγάλη τιμή βάρους σημαίνει πως το κριτήριο είναι σημαντικό στην λήψη της απόφασης.
Βέτο Κριτηρίων	Η τιμή που αποδίδεται σε κάθε κριτήριο και ορίζει το όριο για την άσκηση βέτο στην υπεροχή μιας εναλλακτικής έναντι κάποιας άλλης.
Πίνακας απόφασης	Πίνακας που αποτελείται από τις βαθμολογίες κάθε εναλλακτικής έναντι κάθε κριτηρίου, τα βάρη τους και τα όρια του βέτο.
Έλεγχος συμφωνίας	Ο προσδιορισμός των κριτηρίων βάσει των οποίων μια εναλλακτική φαίνεται να υπερέχει μιας άλλης.
Έλεγχος ασυμφωνίας	Ο προσδιορισμός του αν τίθεται βέτο ως προς την υπεροχή λόγω κάποιου από τα κριτήρια.
Σχέση υπεροχής	Η ύπαρξη σχέσης υπεροχής μεταξύ δύο εναλλακτικών αναπαριστά την προτίμηση της μιας έναντι της άλλης.
Πίνακας υπεροχής	Ο πίνακας υπεροχής περιέχει και συνοψίζει όλους τους ελέγχους για σχέσεις υπεροχής μεταξύ των εναλλακτικών.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

1) Σχεδίαση του πίνακα απόφασης

Ο πίνακας αποτελείται από τις βαθμολογίες των εναλλακτικών στα κριτήρια αξιολόγησης, βάρη και βέτο.

$$A = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{1n} \\ x_{m1} & x_{mn} \end{bmatrix}$$

όπου A_1, A_2, \dots, A_m , $i = 1, 2, \dots, m$ είναι οι εναλλακτικές, C_1, C_2, \dots, C_n , $j = 1, 2, \dots, n$ είναι τα κριτήρια και x_{ij} είναι η επίδοση της εναλλακτικής A_i στο κριτήριο C_j . Επιπλέον δίνονται τα βάρη w_1, w_2, \dots, w_n , $j = 1, 2, \dots, n$ για κάθε ένα από τα κριτήρια καθώς και οι αντίστοιχες τιμές βέτο v_1, v_2, \dots, v_n , $j = 1, 2, \dots, n$.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

2) Κατασκευή του πίνακα συμφωνίας

Η κατασκευή του πίνακα συμφωνίας γίνεται εφαρμόζοντας τον έλεγχο συμφωνίας για κάθε ζευγάρι εναλλακτικών επιλογών του πίνακα A, βάσει του τύπου:

$$C(A_i, A_j) = \sum_{\forall k \in \{k | x_{ik} - x_{jk} \geq 0\}} w_k$$

όπου το w_k αναπαριστά το βάρος κάθε κριτηρίου, για το οποίο ισχύει πως η εναλλακτική A_i είναι προτιμότερη από την εναλλακτική A_j .

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

3) Έλεγχος ασυμφωνίας των εναλλακτικών

Η εφαρμογή του ελέγχου ασυμφωνίας γίνεται για κάθε ζευγάρι εναλλακτικών επιλογών για κάθε ένα από τα διαθέσιμα κριτήρια του πίνακα A για τα οποία έχει καθορισθεί βέτο, βάσει του τύπου:

$$D_k(A_i, A_j) = \begin{cases} 0, & \text{εαν } x_{jk} - x_{ik} < v_k \\ 1, & \text{εαν } x_{jk} - x_{ik} \geq v_k \end{cases}$$

όπου $k = 1, 2, \dots, n$.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

4) Κατασκευή του πίνακα υπεροχής

Για την κατασκευή του πίνακα υπεροχής O , το πρώτο βήμα είναι ο προσδιορισμός των σχέσεων υπεροχής για κάθε ζεύγος εναλλακτικών χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των ελέγχων συμφωνίας και ασυμφωνίας, με χρήση του παρακάτω τύπου:

$$A_i S A_j \Leftrightarrow C(A_i, A_j) \geq s \wedge D_k(A_i, A_j) = 0, \forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Στην συνέχεια κατασκευάζεται ο πίνακας υπεροχής O με βάση την συνθήκη:

$$O_{ij} = 1 \Leftrightarrow A_i S A_j$$

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

5) Κατασκευή του γραφήματος υπεροχής

Για την κατασκευή του γραφήματος υπεροχής γίνεται χρήση του πίνακα υπεροχής που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα. Το γράφημα υπεροχής αποτελεί μια γραφική αναπαράσταση των εναλλακτικών που υπερισχύουν άλλων και ταυτόχρονα δεν υπολείπονται καμίας. Για την κατασκευή του ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

- Κάθε εναλλακτική επιλογή αποτελεί έναν κόμβο στο γράφημα
- Κάθε σχέση υπεροχής $A_i \succ A_j$ αποτελεί κατευθυνόμενη ακμή από τον κόμβο A_i προς τον κόμβο A_j

ΣΚΟΠΟΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Αξιολόγηση εναλλακτικών επιλογών αγοράς αυτοκινήτου

Η Αφροξυλάνθη θέλει απεγνωσμένα να αγοράσει νέο αυτοκίνητο. Έχει καταλήξει σε έξι εναλλακτικές, και επιθυμεί να τις αξιολογήσει με βάση το κόστος, την ιπποδύναμη, την κατανάλωση, την τελική ταχύτητα και τον χώρο. (Η Αφροξυλάνθη όφειλε εν έτει 2020 να αγοράσει υβριδικό όχημα και στα κριτήρια να υπολογίζει και τις εκπομπές CO₂—μην γίνεις σαν την Αφροξυλάνθη).

Χαρακτηριστικά προβλήματος

6 εναλλακτικές

5 κριτήρια

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

		Κριτήρια				
Εναλλακτικές		Τιμή	Ιπποδύναμη	Κατανάλωση	Χώρος	Τελική Ταχύτητα
		C1	C2	C3	C4	C5
A1	BMW	-21000	160	-6	4	220
A2	Mercedes	-21000	140	-5	4	225
A3	Audi	-19000	145	-7	4	210
A4	Ford	-16000	140	-6	5	200
A5	Ferrari	-40000	220	-9	3	260
A6	Toyota	-14000	106	-4	5	190
Βάρη κριτηρίων		0.35	0.15	0.3	0.15	0.05
Κατώφλια βέτο		1000	10	-	-	-

ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

Πίνακας συμφωνίας

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	0.65	0.65	0.5	0.8	0.2
A2	0.85	1	0.5	0.5	0.8	0.2
A3	0.5	0.65	1	0.2	0.8	0.2
A4	0.8	0.65	0.8	1	0.8	0.35
A5	0.2	0.2	0.2	0.2	1	0.2
A6	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	1

$$C(A_i, A_j) = \sum_{\forall k \in \{k | x_{ik} - x_{jk} \geq 0\}} w_k$$

$$C(A_1, A_2) = w_1 + w_2 + w_4 \\ = 0.35 + 0.15 + 0.15 = 0.65$$

αφού

$$(-21,000) - (-21,000) \geq 0 \text{ και } 160 - 140 \geq 0 \text{ και } 4 - 4 \geq 0$$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

Πίνακας ασυμφωνίας

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	0	0	1	1	1	1
A2	1	0	1	1	1	1
A3	1	0	0	1	1	1
A4	1	0	0	0	1	1
A5	1	1	1	1	0	1
A6	1	1	1	1	1	0

$$D_k(A_i, A_j) = \begin{cases} 0, & \text{εαν } x_{jk} - x_{ik} < v_k \\ 1, & \text{εαν } x_{jk} - x_{ik} \geq v_k \end{cases}$$

$$D(A_1, A_2) = 0$$

αφού

$$(-21,000) - (-21,000) \leq v_2 = 1000 \text{ και } 140 - 160 \leq v_2 = 10$$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΕΡΟΧΗΣ

Πίνακας υπεροχής

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	-	1	0	0	0	0
A2	0	-	0	0	0	0
A3	0	1	-	0	0	0
A4	0	1	1	-	0	0
A5	0	0	0	0	-	0
A6	0	0	0	0	0	-

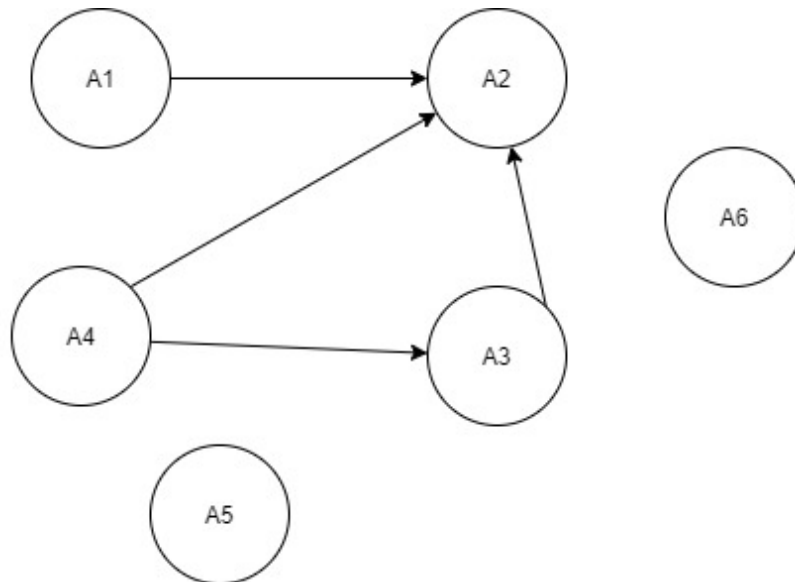
για $s = 0.65$

$$C(A_1, A_2) = 0.65 \geq s \text{ και}$$

$$D(A_1, A_2) = 0 \text{ άρα}$$

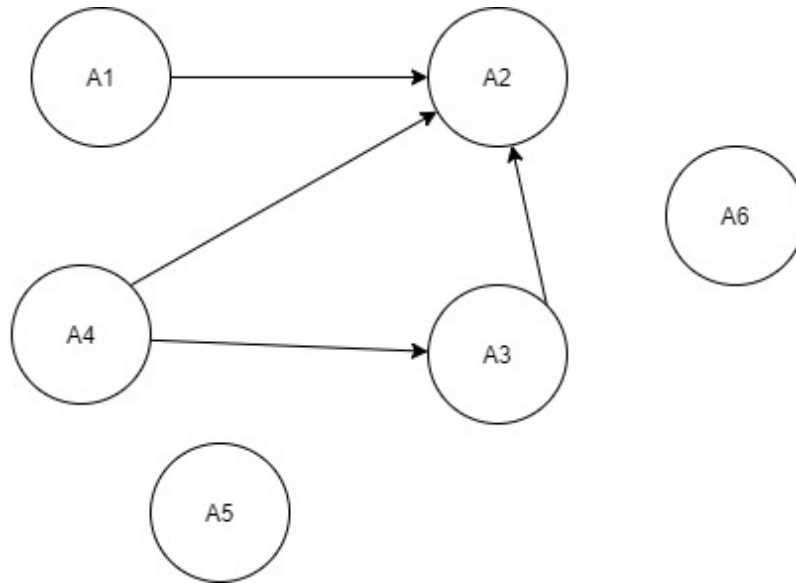
$$O_{12} = 1 \Leftrightarrow A_1 S A_2$$

ΓΡΑΦΗΜΑ ΥΠΕΡΟΧΗΣ



$A_1 S A_2$
 $A_3 S A_2$
 $A_4 S A_2$
 $A_4 S A_3$

ΠΥΡΗΝΑΣ



Ο πυρήνας του γραφήματος είναι το σύνολο $K = \{A_1, A_4, A_5, A_6\}$

Με βάση τα αποτελέσματα, ως πλέον κατάλληλη επιλογή για την Αφροξυλάνθη θα μπορούσε να θεωρηθεί η εναλλακτική A_4 (Ford), η οποία ανήκει στον πυρήνα, υπερέχει δύο εναλλακτικών και δεν υπολείπεται καμίας άλλης. Εναλλακτικά θα μπορούσε να επιλεγθεί η A_1 (BMW), ενώ ιδιαίτερες περιπτώσεις αποτελούν οι A_5 (Ferrari) και A_6 (Toyota), οι οποίες διαθέτουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που τις καθιστούν μη συγκρίσιμες με τις υπόλοιπες εναλλακτικές.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples: La méthode ELECTRE. La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationnelle (RIRO). 8.
- Roy, B. (1991). The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. Theory and Decision. 31.
- Shanian, A & Savadogo, Oumarou. (2006). ELECTRE I Decision Support Model for Material Selection of Bipolar Plates for Polymer Electrolyte Fuel Cells Applications. Journal of New Materials for Electrochemical Systems. 9.
- Γαρίτος, Ζ. (2012). Λήψη συλλογικών αποφάσεων με ασαφείς μεθόδους σχέσεων υπεροχής. Μεταπτυχιακή Διατριβή. Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Τμήμα Πληροφορικής.
- Pang, J., Zhang, G., & Chen, G. (2011). ELECTRE I Decision Model of Reliability Design Scheme for Computer Numerical Control Machine. Journal of Software. 6.
- Figueira, J., Mousseau, & V., Roy, B. (2005). Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Springer New York
- Brans, J.P. (1982). L'ingénierie de la décision: élaboration d'instruments d'aide à la décision. La méthode PROMETHEE. Presses de l'Université Laval

ELECTRE Tri

○ Εισαγωγή

Η μέθοδος ELECTRE Tri χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων ταξινόμησης. Ένα πρόβλημα ταξινόμησης αποτελείται από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών που αξιολογούνται με συγκεκριμένα κριτήρια, και σκοπός είναι να ταξινομηθούν σε προκαθορισμένες κατηγορίες. Η ταξινόμηση μιας εναλλακτικής πραγματοποιείται ανεξάρτητα και προκύπτει από τη σύγκρισή της με τα πρότυπα αναφοράς τα οποία καθορίζουν και τα όρια των κατηγοριών.

○ Μεθοδολογία

Η κατασκευή της σχέση υπεροχής, μέσω της σύγκρισης μιας εναλλακτικής a με ένα πρότυπο αναφοράς b_h , συνίσταται στα ακόλουθα βήματα:

- Έλεγχος συμφωνίας
- Έλεγχος ασυμφωνίας
- Έλεγχος αξιοπιστίας

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Έννοια	Περιγραφή
Εναλλακτικές	Οι επιλογές ανάμεσα στις οποίες πρέπει να επιλέξουν οι αποφασίζοντες για την επίλυση του προβλήματος.
Κριτήρια	Τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών, βάσει των οποίων θα αξιολογηθούν.
Κατηγορίες	Οι ομάδες στις οποίες θα κατανεμηθούν οι εναλλακτικές.
Πρότυπο αναφοράς	Μία ιδεατή εναλλακτική η οποία είναι ήδη τοποθετημένη σε μία κατηγορία.
Πίνακας απόφασης	Ο πίνακας που αποτελείται από τις βαθμολογίες κάθε εναλλακτικής έναντι κάθε κριτηρίου.
Πίνακας προτύπων	Ο πίνακας που αποτελείται από τις βαθμολογίες κάθε προτύπου έναντι κάθε κριτηρίου.
Έλεγχος συμφωνίας	Ο προσδιορισμός των κριτηρίων βάσει των οποίων μια εναλλακτική φαίνεται να υπερέχει μιας άλλης.
Έλεγχος ασυμφωνίας	Ο προσδιορισμός του αν τίθεται βέτο ως προς την υπεροχή λόγω κάποιου από τα κριτήρια.
Πίνακας υπεροχής	Ο πίνακας υπεροχής περιέχει και συνοψίζει όλους τους ελέγχους για σχέσεις υπεροχής μεταξύ των εναλλακτικών.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

1) Σχεδίαση του πίνακα απόφασης

Ο πίνακας αποτελείται από τις βαθμολογίες των εναλλακτικών στα κριτήρια αξιολόγησης

$$A = \begin{bmatrix} g_1(a_1) & g_n(a_1) \\ g_1(a_m) & g_n(a_m) \end{bmatrix}$$

όπου a_1, a_2, \dots, a_m , $i = 1, 2, \dots, m$ είναι οι εναλλακτικές, g_1, g_2, \dots, g_n , $j = 1, 2, \dots, n$ είναι τα κριτήρια και $g_j(a_i)$ είναι η επίδοση της εναλλακτικής a_i στο κριτήριο g_j .

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

2) Σχεδίαση του πίνακα προτύπων

Ο πίνακας αποτελείται από τις βαθμολογίες των προτύπων στα κριτήρια αξιολόγησης

$$B = \begin{bmatrix} g_1(b_1) & g_n(b_1) \\ g_1(b_m) & g_n(b_m) \end{bmatrix}$$

όπου b_1, b_2, \dots, b_m , $h = 1, 2, \dots, m$ είναι τα πρότυπα, g_1, g_2, \dots, g_n , $j = 1, 2, \dots, n$ είναι τα κριτήρια και $g_j(b_h)$ είναι η τιμή του προτύπου b_h στο κριτήριο g_j .

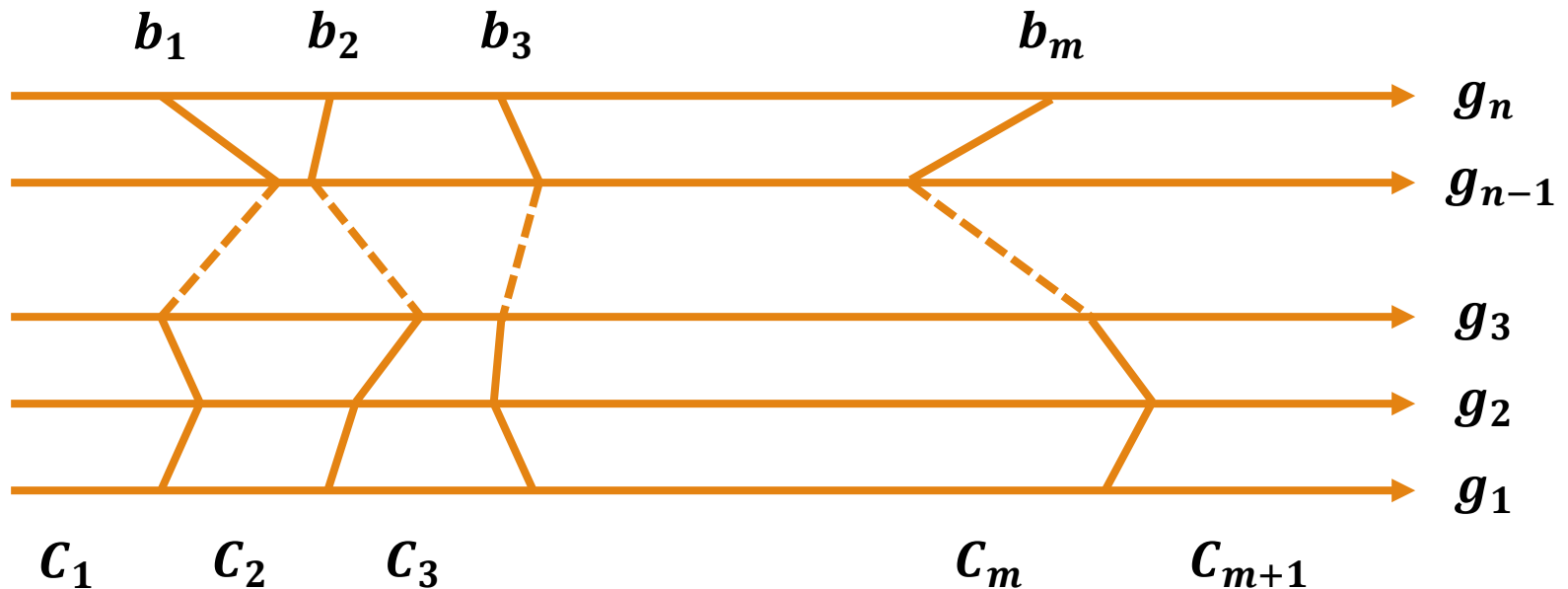
Επιπλέον, καθορίζονται τα βάρη w_1, w_2, \dots, w_n , $j = 1, 2, \dots, n$ για κάθε ένα από τα κριτήρια, τα κατώφλια αδιαφορίας q_1, q_2, \dots, q_n , $j = 1, 2, \dots, n$, τα κατώφλια προτίμησης p_1, p_2, \dots, p_n , $j = 1, 2, \dots, n$, καθώς και οι αντίστοιχες τιμές veto v_1, v_2, \dots, v_n , $j = 1, 2, \dots, n$.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Γραφική Αναπαράσταση Προτύπων και Κατηγοριών

Έστω: b_1, b_2, \dots, b_m , ($h = 1, 2, \dots, m$) είναι τα πρότυπα αναφοράς και
 g_1, g_2, \dots, g_n , ($j = 1, 2, \dots, n$) είναι τα κριτήρια αξιολόγησης

Τότε ορίζονται οι $m + 1$ κατηγορίες ταξινόμησης όπου b_h το άνω όριο της κατηγορίας C_h και το κάτω όριο της κατηγορίας C_{h+1}



ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

3) Υπολογισμός του πίνακα μερικών δεικτών συμφωνίας

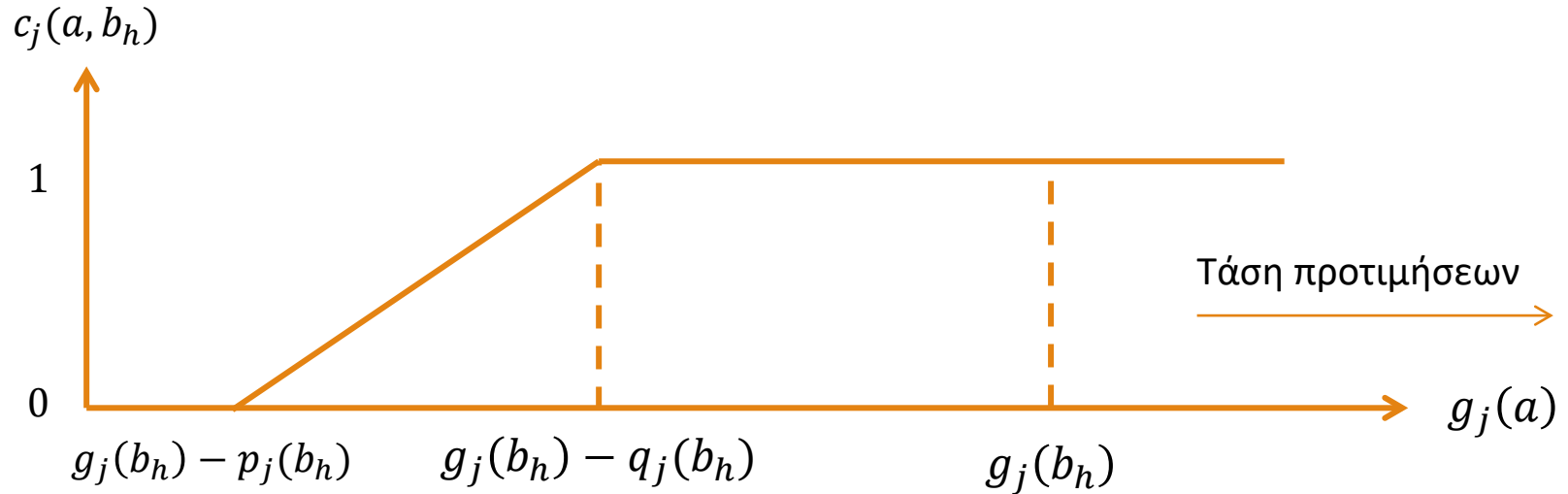
Για τον υπολογισμό του πίνακα μερικών δεικτών συμφωνίας, κάθε στοιχείο $c_j(a, b_h)$ και $c_j(b_h, a)$ υπολογίζονται ως εξής:

$$c_j(a, b_h) = \begin{cases} 0, & \text{εαν } g_j(a) \leq g_j(b_h) - p_j(b_h) \\ \frac{g_j(a) - g_j(b_h) + p_j(b_h)}{p_j(b_h) - q_j(b_h)}, & \text{εαν } g_j(b_h) - p_j(b_h) < g_j(a) \leq g_j(b_h) - q_j(b_h) \\ 1, & \text{εαν } g_j(a) > g_j(b_h) - q_j(b_h) \end{cases}$$

όπου q_j το κατώφλι αδιαφορίας και p_j το κατώφλι προτίμησης για κάθε ένα από τα κριτήρια.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$$c_j(a, b_h) = \begin{cases} 0, & \text{εαν } g_j(a) \leq g_j(b_h) - p_j(b_h) \\ \frac{g_j(a) - g_j(b_h) + p_j(b_h)}{p_j(b_h) - q_j(b_h)}, & \text{εαν } g_j(b_h) - p_j(b_h) < g_j(a) \leq g_j(b_h) - q_j(b_h) \\ 1, & \text{εαν } g_j(a) > g_j(b_h) - q_j(b_h) \end{cases}$$



ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

4) Υπολογισμός του πίνακα ολικών δεικτών συμφωνίας

Για τον υπολογισμό του πίνακα ολικών δεικτών συμφωνίας, κάθε στοιχείο $C(a, b_h)$ και $C(b_h, a)$ υπολογίζονται ως εξής:

$$C(a, b_h) = \frac{\sum_{j=1}^a w_j c_j(a, b_h)}{\sum_{j=1}^a w_j}$$

όπου w_j το βάρος για κάθε ένα από τα κριτήρια.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

5) Υπολογισμός του πίνακα δεικτών ασυμφωνίας

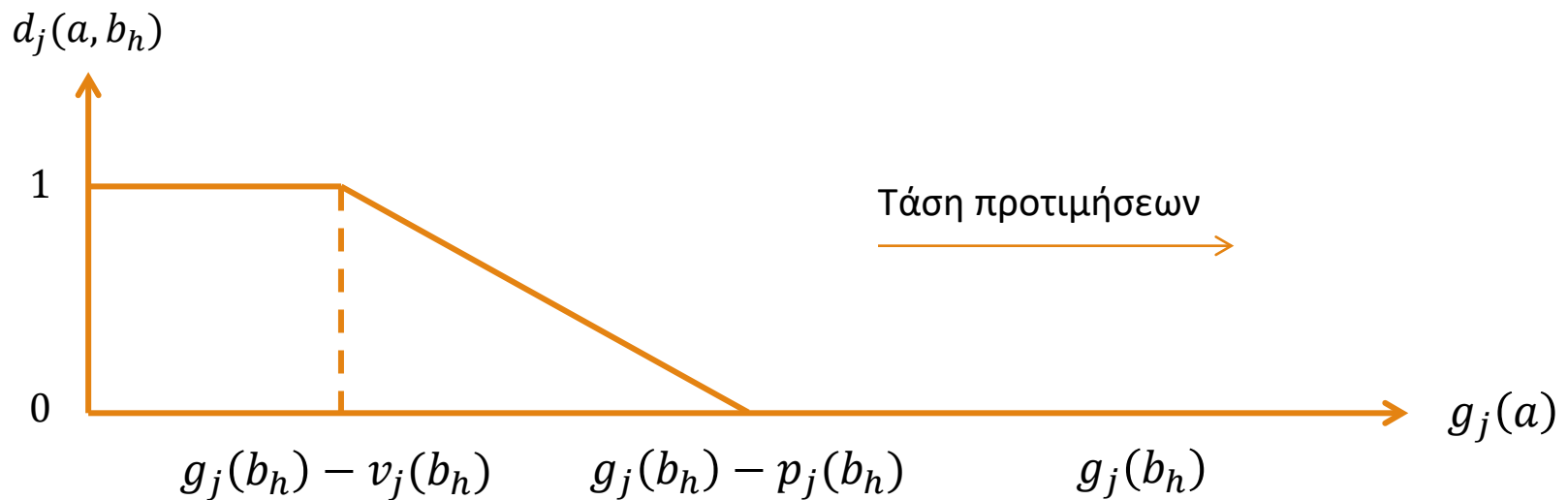
Για τον υπολογισμό του πίνακα δεικτών ασυμφωνίας, κάθε στοιχείο $d_j(a, b_h)$ και $d_j(b_h, a)$ υπολογίζονται ως εξής:

$$d_j(a, b_h) = \begin{cases} 0, & \text{εαν } g_j(a) > g_j(b_h) - p_j(b_h) \\ \frac{g_j(b_h) - g_j(a) - p_j(b_h)}{v_j(b_h) - p_j(b_h)}, & \text{εαν } g_j(b_h) - v_j(b_h) < g_j(a) \leq g_j(b_h) - p_j(b_h) \\ 1, & \text{εαν } g_j(a) \leq g_j(b_h) - v_j(b_h) \end{cases}$$

όπου v_j το βέτο για κάθε ένα από τα κριτήρια.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

$$d_j(a, b_h) = \begin{cases} 0, & \text{εαν } g_j(a) > g_j(b_h) - p_j(b_h) \\ \frac{g_j(b_h) - g_j(a) - p_j(b_h)}{v_j(b_h) - q_j(b_h)}, & \text{εαν } g_j(b_h) - v_j(b_h) < g_j(a) \leq g_j(b_h) - p_j(b_h) \\ 1, & \text{εαν } g_j(a) \leq g_j(b_h) - v_j(b_h) \end{cases}$$



ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

6) Υπολογισμός του πίνακα δεικτών αξιοπιστίας

Για τον υπολογισμό του πίνακα δεικτών αξιοπιστίας, κάθε στοιχείο $\sigma_i(a, b_h)$ και $\sigma_i(b_h, a)$ υπολογίζονται ως εξής:

$$\sigma_i(a, b_h) = C(a, b_h) \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a, b_h)}{1 - C(a, b_h)}$$

όπου $\bar{F} = \{j \in F \mid d_j(a, b_h) > C(a, b_h)\}$ και F το σύνολο των κριτηρίων αξιολόγησης.

ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

7) Δημιουργία των σχέσεων υπεροχής

Οι σχέσεις υπεροχής μετατρέπονται σε πιο συμπαγείς δυαδικές σχέσεις υπεροχής, μέσω του κατωφλίου αποκοπής λ , το οποίο εκτιμάται ως η μικρότερη τιμή του δείκτη αξιοπιστίας, συμβατού με την υπόθεση ότι η εναλλακτική a υπερέχει του προτύπου b_h .

$$\sigma(a, b_h) \geq \lambda \mid a S b_h$$

Έτσι, εξάγονται οι ακόλουθες δυαδικές σχέσεις:

$$a \mid b_h \Leftrightarrow a S b_h \text{ και } b_h S a$$

$$a > b_h \Leftrightarrow a S b_h \text{ και όχι } b_h S a$$

$$a < b_h \Leftrightarrow \text{όχι } a S b_h \text{ και } b_h S a$$

$$a R b_h \Leftrightarrow \text{όχι } a S b_h \text{ και όχι } b_h S a$$

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Εναλλακτικές	Κριτήρια				
	g1	g2	g3	g4	g5
Εναλλακτική A1	75	67	85	82	90
Εναλλακτική A2	28	35	70	90	95
Εναλλακτική A3	45	60	55	68	60

	Πρότυπα	Κριτήρια				
		g1	g2	g3	g4	g5
		Πρότυπο B1	50	48	55	55
	Πρότυπο B2	70	75	80	75	85
Βάρη Κριτηρίων	w	1	1	1	1	1
Κατώφλια αδιαφορίας	q	5	5	5	5	5
Κατώφλια προτίμησης	p	10	10	10	10	10
Κατώφλια βέτο	v	30	30	30	30	30

ΜΕΡΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

	Κριτήρια				
	g1	g2	g3	g4	g5
c(A1, B1)	1	1	1	1	1
c(B1, A1)	0	0	0	0	0
c(A2, B1)	0	0	1	1	1
c(B1, A2)	1	1	0	0	0
c(A3, B1)	1	1	1	1	1
c(B1, A3)	1	0	1	0	1

$$g_1(B_2) - g_1(A_1) = 70 - 75 = -5 < q = 5$$

$$c_{j=1}(A_1, B_2) = 1$$

	Κριτήρια				
	g1	g2	C3	g4	g5
c(A1, B2)	1	0.4	1	1	1
c(B2, A1)	1	1	1	0.6	1
c(A2, B2)	0	0	0	1	1
c(B2, A2)	1	1	1	0	0
c(A3, B2)	0	0	0	0.6	0
c(B2, A3)	1	1	1	1	1

$$g_2(B_2) - g_2(A_1) = 75 - 67 = 8$$

$$q = 5 < 8 < 10 = p$$

$$c_{j=2}(A_1, B_2) = \frac{67 - 75 + 10}{10 - 5} = 0.4$$

$$g_1(B_2) - g_1(A_3) = 70 - 45 = 25 > p = 10$$

$$c_{j=1}(A_3, B_2) = 0$$

ΚΑΘΟΛΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

$C(A_1, B_2)$	0.88
$C(B_2, A_1)$	0.92
$C(A_2, B_2)$	0.4
$C(B_2, A_2)$	0.6
$C(A_3, B_2)$	0.12
$C(B_2, A_3)$	1

$C(A_1, B_1)$	1
$C(B_1, A_1)$	0
$C(A_2, B_1)$	0.6
$C(B_1, A_2)$	0.4
$C(A_3, B_1)$	1
$C(B_1, A_3)$	0.6

$$C(a, b_h) = \frac{\sum_{j=1}^a w_j c_j(a, b_h)}{\sum_{j=1}^a w_j}$$

$$C(A_1, B_2) = \frac{(1 * 1) + (1 * 0.4) + (1 * 1) + (1 * 1) + (1 * 1)}{1 + 1 + 1 + 1 + 1} = 0.88$$

$$C(B_2, A_1) = \frac{(1 * 1) + (1 * 1) + (1 * 1) + (1 * 0.6) + (1 * 1)}{1 + 1 + 1 + 1 + 1} = 0.92$$

ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

	Κριτήρια				
	g1	g2	g3	g4	g5
d(A1, B1)	0	0	0	0	0
d(B1, A1)	0.75	0.45	1	0.85	1
d(A2, B1)	0.6	0.15	0	0	0
d(B1, A2)	0	0	0.25	1	1
d(A3, B1)	0	0	0	0	0
d(B1, A3)	0	0.1	0	0.15	0

$$g_1(B_2) - g_1(A_2) = 70 - 28 = 42 > v = 30$$

$$d_{j=1}(A_2, B_2) = 1$$

$$g_1(B_2) - g_1(A_3) = 70 - 45 = 25$$

$$p = 10 < 25 < 30 = v$$

$$d_{j=1}(A_3, B_2) = \frac{70-45-10}{30-10} = 0.75$$

	Κριτήρια				
	g1	g2	g3	g4	g5
d(A1, B2)	0	0	0	0	0
d(B2, A1)	0	0	0	0	0
d(A2, B2)	1	1	0	0	0
d(B2, A2)	0	0	0	0.25	0
d(A3, B2)	0.75	0.25	0.75	0	0.75
d(B2, A3)	0	0	0	0	0

$$g_1(B_2) - g_1(A_1) = 70 - 75 = -5 < p = 10$$

$$d_{j=1}(A_1, B_2) = 0$$

ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ

	Δείκτες Αξιοπιστίας			
	$\sigma(A_i, B_1)$	$\sigma(B_1, A_i)$	$\sigma(A_i, B_2)$	$\sigma(B_2, A_i)$
A1	1	0	0.88	0.92
A2	0.6	0	0	0.6
A3	1	0.6	0.0023	1

$$\bar{F} = \{j \in F \mid d_j(a, b_h) > C(a, b_h)\}$$

$$\overline{F_{A_1 B_2}} = \emptyset$$

$$\sigma(A_1, B_2) = C(A_1, B_2) = 0.88$$

$$\sigma_i(a, b_h) = C(a, b_h) \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a, b_h)}{1 - C(a, b_h)}$$

$$\overline{F_{A_3 B_2}} = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$\sigma(A_3, B_2) = C(A_3, B_2) \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(A_3, B_2)}{1 - C(A_3, B_2)} = 0.12 * \frac{1 - 0.75}{1 - 0.12} * \frac{1 - 0.25}{1 - 0.12} * \frac{1 - 0.75}{1 - 0.12} * \frac{1 - 0.75}{1 - 0.12} = 0.0023$$

ΣΧΕΣΕΙΣ ΥΠΕΡΟΧΗΣ

	Σχέσεις Υπεροχής			
A1	$A_1 S B_1$	$\neg B_1 S A_1$	$A_1 S B_2$	$B_2 S A_1$
A2	$\neg A_2 S B_1$	$\neg B_1 S A_2$	$\neg A_2 S B_2$	$\neg B_2 S A_2$
A3	$A_3 S B_1$	$\neg B_1 S A_3$	$\neg A_3 S B_2$	$B_2 S A_3$

$$\sigma(a, b_h) \geq \lambda \mid a S b_h$$

$$\sigma(A_1, B_1) = 1 \geq 0.75 = \lambda \Rightarrow A_1 S B_1$$

$$\sigma(A_2, B_1) = 0.6 < 0.75 = \lambda \Rightarrow \neg A_1 S B_1$$

	Πίνακας Υπεροχής	
	B1	B2
A1	>	I
A2	R	R
A3	>	<

$a \mid b_h \Leftrightarrow a S b_h$ και $b_h S a$
 $a > b_h \Leftrightarrow a S b_h$ και όχι $b_h S a$
 $a < b_h \Leftrightarrow$ όχι $a S b_h$ και $b_h S a$
 $a R b_h \Leftrightarrow$ όχι $a S b_h$ και όχι $b_h S a$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples: La méthode ELECTRE. La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationnelle (RIRO). 8.
- J. Dezert, J.M. Tacnet, Sigmoidal Model for Belief Function-based ELECTRE TRI Method, Proc. of Belief 2012, France, May 2012.
- V. Mousseau, R. Slowinski, P. Zielniewicz, ELECTRE TRI 2.0a user's manual, Cahier et documents du Lamsade, Paris-Dauphine Univ., 1999.

Thank You!



Alexandros Nikas

Email: anikas@epu.ntua.gr

Tel: (+30) 210 7723609