



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑ ΜΕΘΟΔΟΣ PROMETHEE

Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων, ΣΗΜΜΥ ΕΜΠ

Χάρης Δούκας, Ιωάννης Ψαρράς

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΣΚΟΠΟΣ & ΜΕΘΟΔΟΙ

- Σκοπός των μεθόδων ΠΑΑ που βασίζονται στα σχεσιακά μοντέλα αποφάσεων

Η μοντελοποίηση των προτιμήσεων μέσω των σχεσιακών μοντέλων αποφάσεων πραγματοποιείται με διμερείς σχέσεις (binary relations), που ορίζονται στο σύνολο A των δράσεων. Η σχέση που δεσπάζει σε θεωρητικό και πρακτικό επίπεδο είναι η σχέση υπεροχής (outranking relation).

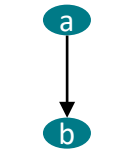
- Συνήθεις μέθοδοι
 - ELECTRE (I, II, IS, III, TRI)
 - PROMETHEE (I, II, III, IV, V)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΣΚΟΠΟΣ & ΜΕΘΟΔΟΙ

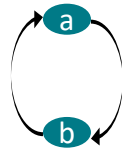
➤ Σχέση υπεροχής (S)

- $\forall (a,b) \in A \times A: aSb \Leftrightarrow$ «a τουλάχιστον εξίσου καλή με b»
- Σχέση υπεροχής = Σχέση Ισχυρής προτίμησης (P) + Σχέση Ασθενούς προτίμησης (Q) + Σχέση αδιαφορίας (I)
- $S = P \cup Q \cup I$

- $aPb \Leftrightarrow aSb$ και $b \$ a$



- $aIb \Leftrightarrow aSb$ και bSa



- $aRb \Leftrightarrow a \$ b$ και $b \$ a$



Σχέση ασυγκρισιμότητας

- a **κυριαρχεί** b: η a έχει τουλάχιστον καλύτερες αξιολογήσεις από την b
- a **υπερέχει** b: η a έχει τουλάχιστον καλύτερες αξιολογήσεις από την b στην πλειοψηφία των κριτηρίων και στα κριτήρια που υπερέχει η b οι διαφορές είναι μικρές

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: PROMETHEE

➤ Πλαίσιο

Οι μέθοδοι PROMETHEE αναπτύχθηκαν από τους Brans, Mareschal and Vincke (1986) και βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής, ενώ αξιοποιούν την διαδικασία διμερών συγκρίσεων των εναλλακτικών.

➤ Χαρακτηριστικά

- Θεωρείται μια από τις πιο αποδοτικές μεθόδους της κατηγορίας των σχέσεων υπεροχής
- Εύκολα αντιληπτή και κατανοητή από την ανθρώπινη λογική
- Διαχείριση ποσοτικών και ποιοτικών δεδομένων
- Σαφής προσδιορισμός των προτιμήσεων μεταξύ πολλαπλών αποφάσεων
- Ευέλικτος αλγόριθμος με δυνατότητα εξατομικευμένων βελτιώσεων
- Δυνατότητα διαχείρισης των δεδομένων εισόδου, μη σαφώς ορισμένα
- Εφαρμογή σε μεγάλο εύρος τομέων

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: PROMETHEE

➤ PROMETHEE I

- Μερική κατάταξη

➤ PROMETHEE II

- Πλήρης κατάταξη

➤ PROMETHEE III

- Διάταξη διαστημάτων

➤ PROMETHEE IV

- Γενίκευση της II στην περίπτωση που το A δεν είναι πεπερασμένο

➤ PROMETHEE V

- Αναζητείται η επιλογή ενός συνόλου δράσεων από το σύνολο A υπό το καθεστώς πρόσθετων περιορισμών (προϋπολογισμού, απόδοσης, ρίσκου)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

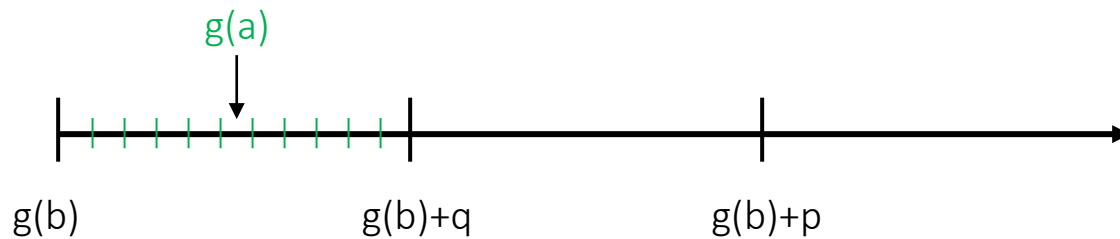
Έννοια	Περιγραφή
Εναλλακτικές	Οι επιλογές ανάμεσα στις οποίες πρέπει να επιλέξει ο αποφασίζοντας για την επίλυση του προβλήματος.
Κριτήρια αξιολόγησης	Τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών, βάσει των οποίων θα αξιολογηθούν, των οποίων επιθυμούμε την ελαχιστοποίηση/μεγιστοποίηση. (ποιοτικά/ποσοτικά)
Συνάρτηση προτίμησης	Μετατρέπει την διαφορά των εκτιμήσεων δύο εναλλακτικών σε ένα βαθμό προτίμησης (για ένα συγκεκριμένο κριτήριο)
Κατώφλι	Τιμή που ορίζει την απόκλιση μεταξύ δύο εναλλακτικών ώστε να προκύπτει αδιαφορία ή προτίμηση
Δείκτης Προτίμησης	Αναπαριστά την ένταση της προτίμησης του αποφασίζοντα για μια εναλλακτική a ως προς μια άλλη εναλλακτική b

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΚΑΤΩΦΛΙΑ

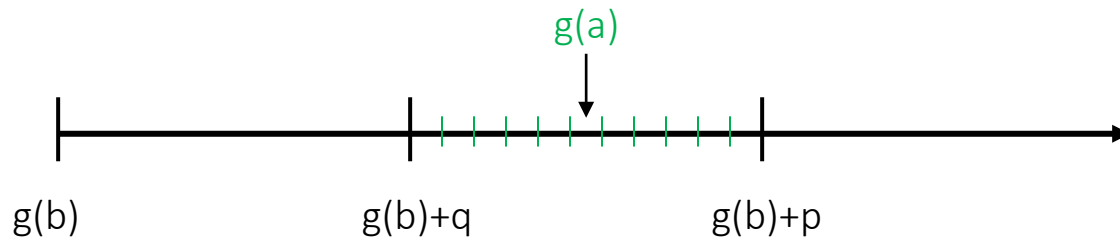
Κατώφλι αδιαφορίας: q

Κατώφλι προτίμησης: p

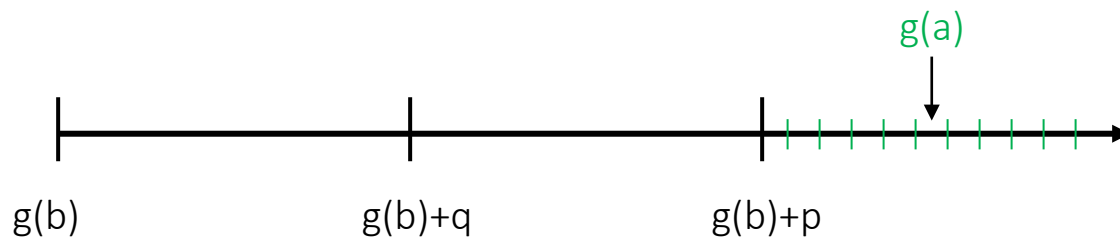
Έστω g μια συνάρτηση κριτηρίου



Ζώνη αδιαφορίας



Ζώνη ασθενούς προτίμησης



Ζώνη ισχυρής προτίμησης

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σύνολο δράσεων που απαιτούν αξιολόγηση/ταξινόμηση

- 1) Συμμετέχοντες: Αποφασίζων και Αναλυτής
- 2) Προσδιορισμός εναλλακτικών επιλογών/δράσεων
- 3) Επιλογή κριτηρίων σύγκρισης (ορισμός συνεπούς οικογένειας κριτηρίων)
- 4) Απόδοση τιμών στις εναλλακτικές για κάθε κριτήριο
- 5) Υπολογισμός συντελεστών βαρύτητας κριτηρίων
- 6) Προσδιορισμός κατωφλιών – αν υπάρχουν
- 7) Επιλογή συναρτήσεων προτίμησης
- 8) Επίλυση

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

1) Υπολογισμός βαρών κριτηρίων

- Έτοιμες τιμές από αποφασίζοντα
- Επιλογή μεθόδου για υπολογισμό
- Equal weighting

Ισχύει ο περιορισμός:

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

Όπου w_j το βάρος του j -οστού κριτηρίου

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

2) Συνάρτηση Προτίμησης (preference function)

$$P_j(a,b)=F_j[d_j(a,b)] \quad \forall (a,b) \in A$$

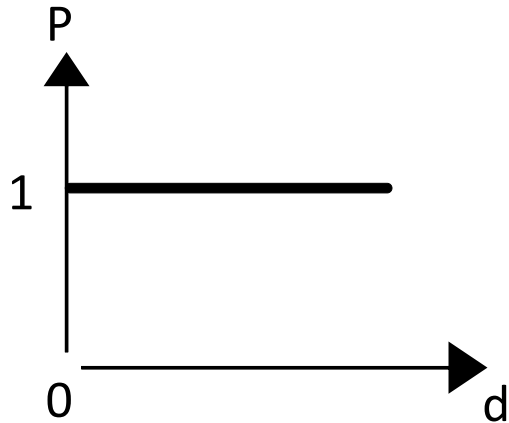
Όπου:

- $d_j(a,b)=g_j(a)-g_j(b)$
- $0 \leq P_j(a,b) \leq 1$
- $P_j(a,b)=0$, όταν $g_j(a)-g_j(b) \leq 0$

Όταν $g_j(a)-g_j(b) > 0 \Rightarrow$ Επιλογή συνάρτησης από αναλυτή \rightarrow

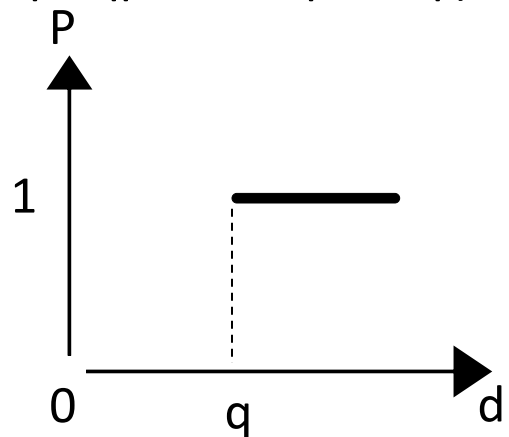
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

1. Κοινό κριτήριο (Usual)



$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ 1, & d > 0 \end{cases}$$

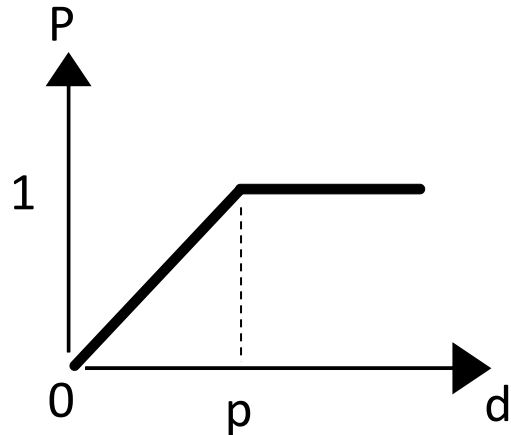
2. Κριτήριο U-καμπύλης



$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ 1, & d > q \end{cases}$$

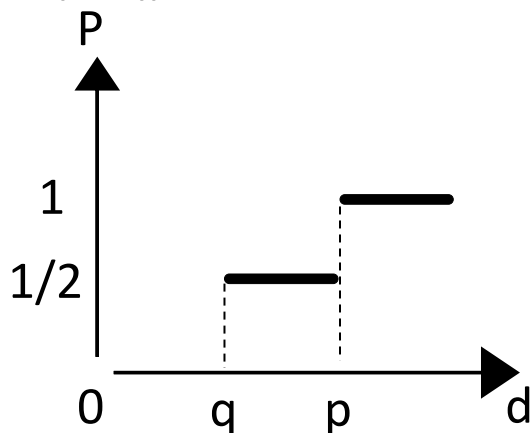
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

3. Κριτήριο V-καμπύλης (V-shape)



$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ \frac{d}{p}, & 0 \leq d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$$

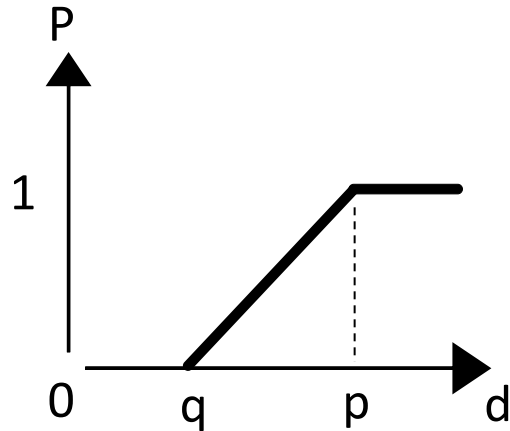
4. Κριτήριο επιπέδων (level)



$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ \frac{1}{2}, & q < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$$

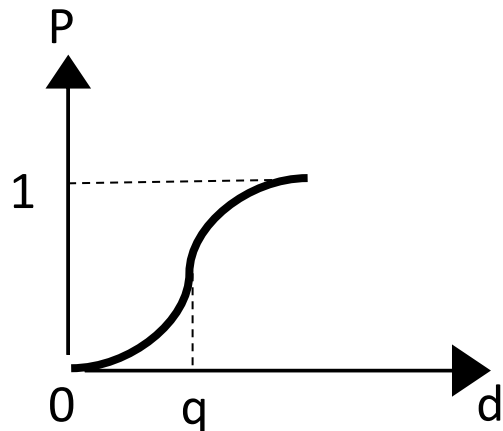
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

5. Κριτήριο V-καμπύλης με κατώφλι αδιαφορίας (Linear)



$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q}, & q < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$$

6. Κριτήριο Gauss



$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}}, & d > 0 \end{cases}$$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

3) Υπολογισμός του πολυκριτήριου δείκτη προτίμησης

Για κάθε ζεύγος δράσεων (a,b):

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n w_j P_j(a, b)$$

Όπου : w_j : βάρος j-οστού κριτηρίου,

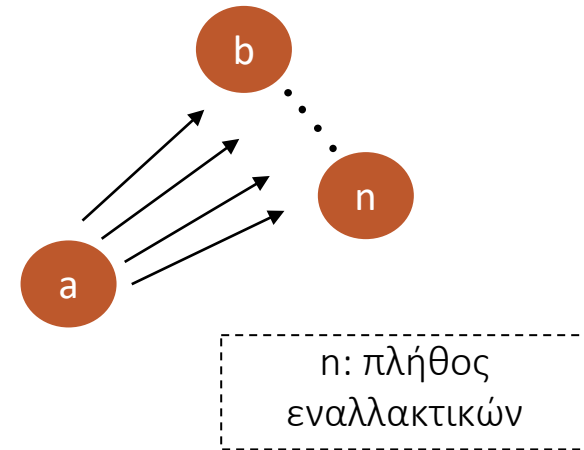
$P_j(a,b)$: Αποτέλεσμα συνάρτησης προτίμησης για το j-οστό κριτήριο μεταξύ των δράσεων a,b

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

4) Υπολογισμός ροών υπεροχής

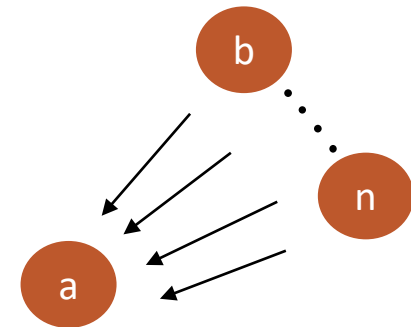
Θετική ροή (positive outranking flow):

$$\varphi^+(\alpha) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x)$$



Αρνητική ροή (negative outranking flow):

$$\varphi^-(\alpha) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a)$$



Καθαρή ροή (net outranking flow):

$$\varphi(\alpha) = \varphi^+ - \varphi^-$$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

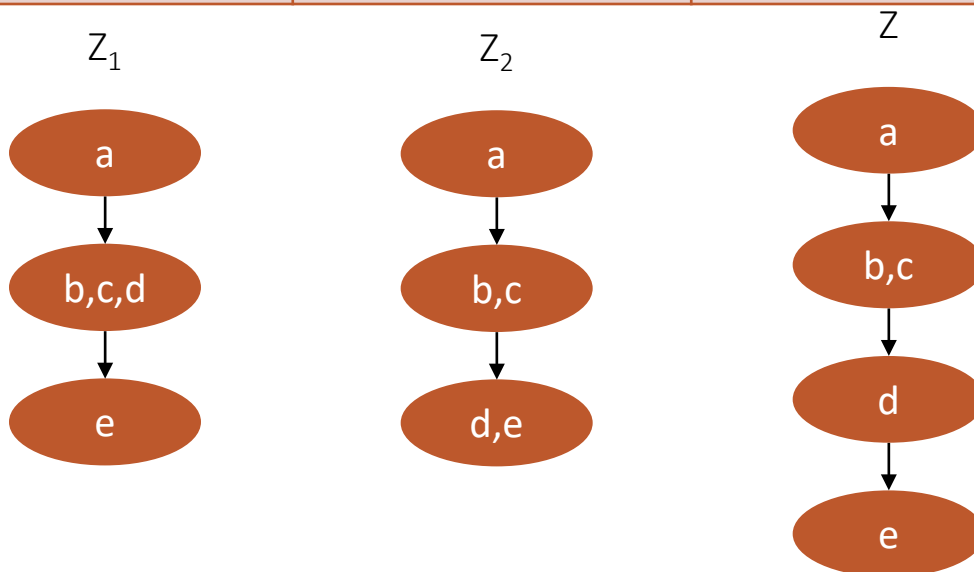
5) Κατάταξη

- Μερική κατάταξη των δράσεων μέσω PROMETHEE I
 - Πλήρης κατάταξη ($Z1$) ως προς τις θετικές ροές
 - Πλήρης κατάταξη ($Z2$) ως προς τις αρνητικές ροές

- Πλήρης κατάταξη των δράσεων μέσω PROMETHEE II
 - Πλήρης κατάταξη ($Z=Z1 \cap Z2$) ως προς τις καθαρές ροές

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: ΣΤΑΔΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Δράση	ϕ^+	ϕ^-	$\phi = \phi^+ - \phi^-$	Κατάταξη PROMETHEE II
a	3	0	3	1
b	1	1	0	2
c	1	1	0	2
d	1	2	-1	3
e	0	2	-2	4



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΚΟΠΟΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Αξιολόγηση ετοιμότητας χώρων ως προς την ενεργειακή τους μετάβαση

Από ένα σύνολο χώρων διαφορετικών προφίλ, ζητείται η αξιολόγηση του επιπέδου ετοιμότητας τους για την επίτευξη αειφόρων, κοινωνικά αποδεκτών, οικονομικά βιώσιμων και τεχνικά εφικτών ενεργειακών μεταβάσεων με σκοπό την πλήρη κατάταξή τους (ως προς τον βαθμό ετοιμότητας τους).

Τα κριτήρια αξιολόγησης δεν είναι ισοβαρή. Κατόπιν διαβούλευσης με τον αποφασίζοντα, αποδόθηκαν τιμές οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν έτοιμες για τις ανάγκες του παρόντος προβλήματος.

Χαρακτηριστικά προβλήματος

4 εναλλακτικές

6 κριτήρια αξιολόγησης

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Εναλλακτικές	Κριτήρια					
	g1. Ανθρώπινοι πόροι	g2. Ανάπτυξη χρηματοπιστωτικο ύ τομέα	g3. Εξάρτηση από άνθρακα	g4. Υποδομές και Καινοτομία	g5. Ευαισθητοποίησ η και αποδοχή του κοινού	g6. Συμμόρφωση με πολιτικές της ΕΕ
a. Αυστρία	5,6	4,5	1,14	5,4	3,5	2,1
b. Ελλάδα	4,9	2,5	2,61	4,05	3	2,4
c. Σουηδία	5,6	5,2	0	5,55	4,5	3,3
d. Πολωνία	5,1	4,2	2,9	3,85	2,5	1,5

Εναλλακτικές	Κριτήρια					
	g1. Ανθρώπινοι πόροι	g2. Ανάπτυξη χρηματοπιστωτικο ύ τομέα	g3. Εξάρτηση από άνθρακα	g4. Υποδομές και Καινοτομία	g5. Ευαισθητοποίησ η και αποδοχή του κοινού	g6. Συμμόρφωση με πολιτικές της ΕΕ
a. Αυστρία	5,6	4,5	-1,14	5,4	3,5	2,1
b. Ελλάδα	4,9	2,5	-2,61	4,05	3	2,4
c. Σουηδία	5,6	5,2	0	5,55	4,5	3,3
d. Πολωνία	5,1	4,2	-2,9	3,85	2,5	1,5

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ

Προτιμήσεις	Κριτήρια					
	g1. Ανθρώπινοι πόροι	g2. Ανάπτυξη χρηματοπιστωτικού τομέα	g3. Εξάρτηση από άνθρακα	g4. Υποδομές και Καινοτομία	g5. Ευαισθητοποίηση και αποδοχή του κοινού	g6. Συμμόρφωση με πολιτικές της ΕΕ
Βάρη w	0,09	0,14	0,37	0,11	0,05	0,24
Συνάρτηση Προτίμησης	linear	linear	usual	usual	usual	level
Κατώφλι αδιαφορίας q	0,2	0,3	-	-	-	0,5
Κατώφλι προτίμησης p	0,5	0,6	-	-	-	0,1

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ

Αποστάσεις	Κριτήρια					
	g1. Ανθρώπινοι πόροι	g2. Ανάπτυξη χρηματοπιστωτικο ύ τομέα	g3. Εξάρτηση από άνθρακα	g4. Υποδομές και Καινοτομία	g5. Ευαισθητοποίησ η και αποδοχή του κοινού	g6. Συμμόρφωση με πολιτικές της ΕΕ
d(a,b)	0,70	2,00	1,47	1,35	0,50	-0,30
d(a,c)	0,00	-0,70	-1,14	-0,15	-1,00	-1,20
d(a,d)	0,50	0,30	1,76	1,55	1,00	0,60
d(b,a)	-0,70	-2,00	-1,47	-1,35	-0,50	0,30
d(b,c)	-0,70	-2,70	-2,61	-1,50	-1,50	-0,90
d(b,d)	-0,20	-1,70	0,29	0,20	0,50	0,90
d(c,a)	0,00	0,70	1,14	0,15	1,00	1,20
d(c,b)	0,70	2,70	2,61	1,50	1,50	0,90
d(c,d)	0,50	1,00	2,90	1,70	2,00	1,80
d(d,a)	-0,50	-0,30	-1,76	-1,55	-1,00	-0,60
d(d,b)	0,20	1,70	-0,29	-0,20	-0,50	-0,90
d(d,c)	-0,50	-1,00	-2,90	-1,70	-2,00	-1,80

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΡΟΤΙΜΗΣΗΣ

Συναρτήσεις Προτίμησης	Κριτήρια					
	g1. Ανθρώπινοι πόροι	g2. Ανάπτυξη χρηματοπιστωτικού τομέα	g3. Εξάρτηση από άνθρακα	g4. Υποδομές και Καινοτομία	g5. Ευαισθητοποίηση και αποδοχή του κοινού	g6. Συμμόρφωση με πολιτικές της ΕΕ
P(a,b)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00
P(a,c)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P(a,d)	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	0,50
P(b,a)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P(b,c)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P(b,d)	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	0,50
P(c,a)	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
P(c,b)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,50
P(c,d)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
P(d,a)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P(d,b)	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P(d,c)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΠΡΟΤΙΜΗΣΗΣ

w*P	Κριτήρια					
	g1. Ανθρώπινοι πόροι	g2. Ανάπτυξη χρηματοπιστωτικο ύ τομέα	g3. Εξάρτηση από άνθρακα	g4. Υποδομές και Καινοτομία	g5. Ευαισθητοποίηση η και αποδοχή του κοινού	g6. Συμμόρφωση με πολιτικές της ΕΕ
$w_j * P(a,b)$	0,09	0,14	0,37	0,11	0,05	0
$w_j * P(a,c)$	0	0	0	0	0	0
$w_j * P(a,d)$	0,09	0	0,37	0,11	0,05	0,12
$w_j * P(b,a)$	0	0	0	0	0	0
$w_j * P(b,c)$	0	0	0	0	0	0
$w_j * P(b,d)$	0	0	0,37	0,11	0,05	0,12
$w_j * P(c,a)$	0	0,14	0,37	0,11	0,05	0,24
$w_j * P(c,b)$	0,09	0,14	0,37	0,11	0,05	0,12
$w_j * P(c,d)$	0,09	0,14	0,37	0,11	0,05	0,24
$w_j * P(d,a)$	0	0	0	0	0	0
$w_j * P(d,b)$	0	0,14	0	0	0	0
$w_j * P(d,c)$	0	0	0	0	0	0

Σ

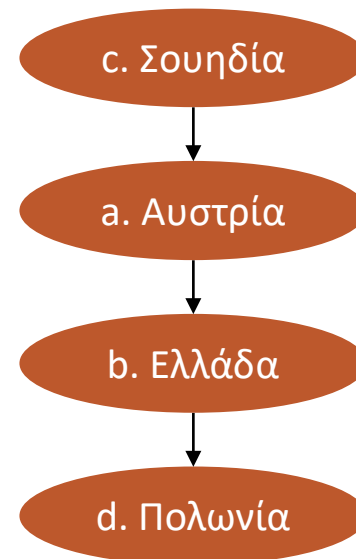
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΡΟΕΣ ΥΠΕΡΟΧΗΣ & ΚΑΤΑΤΑΞΗ

Σταθμισμένος δείκτης προτίμησης $\pi(a,x)$ και $\pi(x,a)$	
$\pi(a,b)$	0,76
$\pi(a,c)$	0
$\pi(a,d)$	0,74
$\pi(b,a)$	0
$\pi(b,c)$	0
$\pi(b,d)$	0,65
$\pi(c,a)$	0,91
$\pi(c,b)$	0,88
$\pi(c,d)$	1
$\pi(d,a)$	0
$\pi(d,b)$	0,14
$\pi(d,c)$	0

n=4 εναλλακτικές

Εναλλακτικές	$\Phi+$	$\Phi-$	Φ
a	0,5000	0,3033	0,1967
b	0,2167	0,5933	-0,3767
c	0,9300	0,0000	0,9300
d	0,0467	0,7967	-0,7500

Πλήρης κατάταξη PROMETHEE II



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Thank
you!

Τάσος Καραμανέας
Email: akaramaneas@epu.ntua.gr