

---

# ΕΝΟΤΗΤΑ 4

## Η μέθοδος TOPSIS

---

### Εισαγωγή

Η μέθοδος πολυκριτήριας ανάλυσης Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) των Hwang and Yoon (1981) αναπτύχθηκε ως εναλλακτική στην οικογένεια μεθόδων ELECTRE, και είναι μία μέθοδος σύνθεσης αντιστάθμισης, η οποία βασίζεται στην αρχή ότι η επιλεχθείσα δράση πρέπει να φέρει τη μικρότερη γεωμετρική απόσταση από την θετική ιδεατή λύση και τη μεγαλύτερη γεωμετρική απόσταση από την αρνητική.

Η μέθοδος TOPSIS περιλαμβάνει την διαμόρφωση και κανονικοποίηση του πίνακα απόφασης (εναλλακτικές  $\times$  κριτήρια), τον υπολογισμό του σταθμισμένου πίνακα απόφασης, τον προσδιορισμό της θετικής και της αρνητικής ιδεατής λύσης, για την εύρεση μίας τελικής κατάταξης. Στην πορεία η TOPSIS επεκτάθηκε από τον Chen (2000), μέσω της εισαγωγής μίας τριγωνικής μεθόδου για τον υπολογισμό της απόστασης μεταξύ δύο τριγωνικών ασαφών αριθμών, διαμορφώνοντας έτσι τη μέθοδο Fuzzy TOPSIS, η οποία επεκτάθηκε περαιτέρω για να διαχειρίζεται διαφορετικούς τύπους δεδομένων (Chen and Tsao, 2008 και Chen and Lee, 2010).

Η TOPSIS χαρακτηρίζεται από μία συμπαγή λογική που αναπαριστά τη λογική της ατομικής επιλογής, ενώ ταυτόχρονα θεωρεί τόσο την ιδεατή όσο και την αντί-ιδεατή λύση, και χρησιμοποιεί μία συστηματική, ξεκάθαρη και εύκολα προγραμματιζόμενη υπολογιστική διεργασία. Μακριά από τις μεθόδους διμερών συγκρίσεων, επιτρέπει επίσης την αξιολόγηση μεγάλου αριθμού εναλλακτικών έναντι μεγάλου αριθμού κριτηρίων. Τέλος, χαρακτηρίζεται από διαθεσιμότητα πολλαπλών μεθοδολογικών επεκτάσεων στο ασαφές περιβάλλον.

Τέλος, παρά την παρουσία της στη βιβλιογραφία των ΠΣΥΑ για σχεδόν τέσσερις δεκαετίες και βάσει της ανάγκης να ενσωματωθεί η έννοια της συμπεριφοράς που επιδιώκει την αποφυγή απωλειών, η TOPSIS πρόσφατα αναπτύχθηκε περαιτέρω από μέρος της ερευνητικής ομάδας που την είχε αρχικά σχεδιάσει, δημιουργώντας την Behavioural TOPSIS (Yoon and Kyung, 2017).

### Μεθοδολογικό πλαίσιο

Το μοντέλο της TOPSIS περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

1. Σχεδίαση του πίνακα απόφασης  $A$  (1), ο οποίος αποτελείται από εναλλακτικές και κριτήρια αξιολόγησης.

$$A = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{1n} \\ x_{m1} & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

όπου  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  είναι οι εναλλακτικές,  $C_1, C_2, \dots, C_n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , είναι τα κριτήρια και  $x_{ij}$  είναι η επίδοση της εναλλακτικής  $A_i$  έναντι του κριτηρίου  $C_j$ .

2. Υπολογισμός του κανονικοποιημένου πίνακα απόφασης  $R$  (2), κάθε στοιχείο του οποίου μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}} \quad (2)$$

όπου το  $r_{ij}$  αναπαριστά την κανονικοποιημένη επίδοση της εναλλακτικής  $A_i$  έναντι του κριτηρίου  $C_j$ .

3. Υπολογισμός του σταθμισμένου κανονικοποιημένου πίνακα  $P$ , πολλαπλασιάζοντας τον κανονικοποιημένο πίνακα  $R$  με τα αντίστοιχα βάρη. Το διάνυσμα βαρών  $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$  αποτελείται από τα επιμέρους βάρη  $w_j$  για κάθε κριτήριο  $C_j$  που ικανοποιούν τον περιορισμό της (3):

$$\sum_{j=1}^{j=n} w_j = 1 \quad (3)$$

Η σταθμισμένη κανονικοποιημένη αξία  $p_{ij}$  μπορεί έτσι να υπολογισθεί (4):

$$p_{ij} = w_j \times r_{ij} \quad (4)$$

4. Προσδιορισμός των διανυσμάτων της θετικής ιδεατής λύσης  $P^+$  (κριτήρια θετικής επίδρασης) (5) και της αρνητικής ιδεατής λύσης  $P^-$  (κριτήρια αρνητικής επίδρασης) (6), υπολογίζοντας τις θετικές (7) και αρνητικές (8) ιδεατές λύσεις για κάθε κριτήριο:

$$P^+ = (p_1^+, p_2^+, \dots, p_n^+) \quad (5)$$

$$P^- = (p_1^-, p_2^-, \dots, p_n^-) \quad (6)$$

$$p_i^+ = \{(\max p_{ij}, j \in J) \text{ or } (\min p_{ij}, j \in J')\} \quad (7)$$

$$p_i^- = \{(\min p_{ij}, j \in J) \text{ or } (\max p_{ij}, j \in J')\} \quad (8)$$

όπου το  $J$  αναπαριστά κριτήρια θετικής επίδρασης (οφέλους) και το  $J'$  κριτήρια αρνητικής επίδρασης (κόστους).

5. Υπολογισμός της απόστασης κάθε εναλλακτικής από την θετική ιδεατή λύση (9) και την αρνητική ιδεατή λύση (10):

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (p_{ij} - p_j^+)^2} \quad (9)$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (p_{ij} - p_j^-)^2} \quad (10)$$

6. Υπολογισμός, τέλος, της σχετικής εγγύτητας  $D_i$  στην θετική ιδεατή λύση για κάθε εναλλακτική  $A_i$  (11):

$$D_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-} \quad (11)$$

Ξεφεύγοντας από το αρχικό μοντέλο TOPSIS, η Behavioural TOPSIS αναγνωρίζει την σχέση μεταξύ της απόστασης από την ιδεατή (ή θετικά ιδεατή) λύση  $S_i^+$  και της απόστασης της αντί-ιδεατής (ή αρνητικά ιδεατής) λύσης  $S_i^-$ , θεωρώντας την πρώτη ως απώλεια ευκαιρίας και την δεύτερη ως το όφελος από την λήψη της λύσης  $A_i$  αντί της αντί-ιδεατής λύσης. Έτσι ορίζεται ένας λόγος αποφυγής της απώλειας (12).

$$\lambda = \frac{\text{Change in Gain}}{\text{Change in Loss}} = \frac{\Delta S^-}{\Delta S^+} \quad (12)$$

όπου η συμπεριφορά είναι ριψοκίνδυνη για  $\lambda < 1$ , ουδέτερη για  $\lambda = 1$ , και συντηρητική ως προς τον κίνδυνο για  $\lambda > 1$ .

Τέλος, η συνάρτηση αξίας για κάθε εναλλακτική δίνεται στην (13), βάσει της οποίας ταξινομούνται οι εναλλακτικές.

$$V = S^- - \lambda S^+ \quad (13)$$

## Βιβλιογραφία

- Chen, C. T. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy sets and systems*, 114(1), 1-9.
- Chen, S. M., & Lee, L. W. (2010). Fuzzy multiple attributes group decision-making based on the interval type-2 TOPSIS method. *Expert systems with applications*, 37(4), 2790-2798.
- Chen, T. Y., & Tsao, C. Y. (2008). The interval-valued fuzzy TOPSIS method and experimental analysis. *Fuzzy sets and systems*, 159(11), 1410-1428.
- Doukas, H., & Nikas, A. (2020). Decision Support Models in Climate Policy. *European Journal of Operational Research*, 280(1), 1-24.
- Hwang, C. L., & Yoon (1981). *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer, Berlin.
- Labella, Á., Koasidis, K., Nikas, A., Arsenopoulos, A., & Doukas, H. (2020). APOLLO: A Fuzzy Multi-criteria Group Decision-Making Tool in Support of Climate Policy. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 13(1), 1539-1553.
- Nikas, A., Doukas, H., & López, L. M. (2018). A group decision making tool for assessing climate policy risks against multiple criteria. *Heliyon*, 4(3), e00588.
- Yoon, K. P., & Kim, W. K. (2017). The behavioral TOPSIS. *Expert Systems with Applications*, 89, 266-272.