
ΕΝΟΤΗΤΑ 9

Ανάλυση σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

1. Γλωσσικές Μεταβλητές

Η ασαφής λογική προτάθηκε ως συστηματικό εργαλείο για την αποτίμηση εναλλακτικών σε συνθήκες αβεβαιότητας [1, 2]. Η ασαφής λογική είναι ικανή να εκφράζει αβέβαιες πληροφορίες και να αντιμετωπίζει αόριστες καταστάσεις, όπου τα παραδοσιακά μαθηματικά είναι αναποτελεσματικά.

Στην επιλογή μιας μαθηματικής θεωρίας για τη μοντελοποίηση της ΑΑ, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ο τύπος αβεβαιότητας σε σχέση με την ΑΑ. Συγκεκριμένα, η «πιθανολογική» αβεβαιότητα σχετίζεται με γεγονότα που έχουν ένα καλά ορισμένο, ξεκάθαρο νόημα. Η θεωρία των πιθανοτήτων βασίζεται στην λογική των δυο τιμών, π.χ. σωστό η λάθος, ναι η όχι. Η θεωρία των πιθανοτήτων αποτιμά εάν ένα γεγονός θα συμβεί. Επειδή η ΑΑ δεν μπορεί να οριστεί επακριβώς, είναι αδύνατον να αποτιμηθεί ξεκάθαρα εάν η ανάπτυξη σε κάποιον τομέα είναι αιεφόρος η όχι. Γι' αυτό, η λογική των δυο τιμών δεν αποφέρει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Από την άλλη μεριά, η ασαφής αβεβαιότητα σχετίζεται με γεγονότα που δεν έχουν ξεκάθαρο νόημα. Η θεωρία της ασάφειας βασίζεται στη λογική πολλαπλών τιμών, η οποία επιτρέπει μια ενδιάμεση αποτίμηση μεταξύ αυστηρής αιεφορίας και μη, π.χ. η ασάφεια περιγράφει το βαθμό στον οποίο ένα γεγονός συνέβη, και όχι εάν συνέβη. Γι' αυτό και προτείνεται αυτή η θεωρία, η οποία προσφέρει ένα τυπικό μαθηματικό πλαίσιο εργασίας για την αποτίμηση της ΑΑ [3, 4].

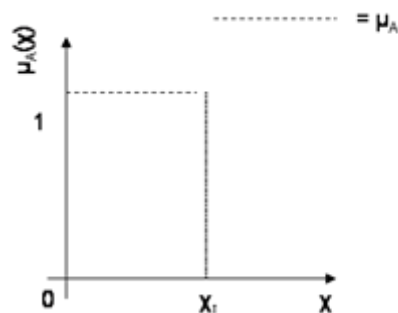
Η διαπίστωση αυτού του σημαντικού ρόλου της ασαφούς αβεβαιότητας έγινε από μερικούς ερευνητές κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1960. Η διαπίστωση αυτή έφερε την ανάδυση νέων θεωριών μοντελοποίησης της αβεβαιότητας διαφορετικών από τη θεωρία πιθανοτήτων. Αυτές οι θεωρίες δείχνουν ότι η θεωρία πιθανοτήτων είναι ικανή να περιγράψει μόνο μια μορφή αβεβαιότητας.

Ένα σημαντικό σημείο στην εξέλιξη των νέων θεωριών αβεβαιότητας ήταν η συνεισφορά του Zadeh με την εργασία του [5]. Σε αυτή την εργασία ο Zadeh εισήγαγε μια θεωρία της οποίας τα αντικείμενα, τα ασαφή σύνολα, είναι σύνολα των οποίων τα όρια δεν είναι επακριβώς καθορισμένα. Η συμμετοχή σε ένα ασαφές σύνολο δεν είναι μια απάντηση ναι ή όχι όπως στα συνηθισμένα κλασσικά σύνολα αλλά είναι θέμα βαθμού. Με αυτή την θεωρία ο Zadeh αντέκρουσε την αντίληψη ότι κάθε είδους αβεβαιότητα μπορεί να μοντελοποιηθεί με τη θεωρία των πιθανοτήτων. Επιπλέον, κατέδειξε ότι ένα είδος αβεβαιότητας, η ανακρίβεια η οποία δεν κρύβει καμία τυχαιότητα, μπορεί να περιγραφθεί άριστα με τα ασαφή σύνολα.

Πιο συγκεκριμένα, έστω ένα σύνολο U που αποτελείται από στοιχεία x ($x \in U$). Εάν A είναι ένα υποσύνολο του U ($A \subset U$), τότε κάθε στοιχείο x είτε ανήκει στο A ($x \in A$) είτε όχι ($x \notin A$). «Υποσύνολο» και «γεγονός» είναι εναλλακτικά, δηλαδή $x \in A$, σημαίνει ότι για το στοιχείο x το γεγονός A έχει συμβεί.

Η χαρακτηριστική συνάρτηση συσχέτισης μ_A ορίζει μια ξεκάθαρη διάκριση μεταξύ των μελών και των μη-μελών του A . Έτσι η μ_A δίνει σε κάθε x μια από δυο τιμές, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1:

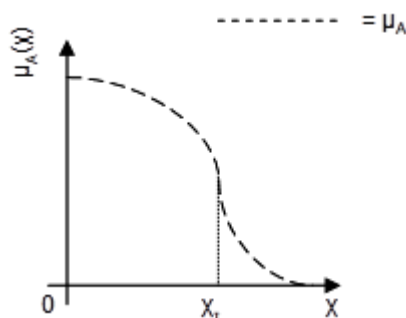
- $\mu_A(x) = 1$ εάν και μόνο εάν $x \in A$,
- $\mu_A(x) = 0$ εάν και μόνο εάν $x \notin A$.



Σχήμα 1. Λογική Δύο Τιμών

Άρα, απαιτείται ένα αυστηρό όριο x_T για τον προσδιορισμό μιας ξεκάθαρης διάκρισης μεταξύ των αποδεκτών τιμών ($x < x_T$) και των μη-αποδεκτών τιμών ($x > x_T$). Συχνά, ένα αυστηρό όριο είναι πρακτικά μη-ρεαλιστικό. Αυτά για την κλασσική θεωρία της λογικής δύο τιμών.

Αντιθέτως, η θεωρία της ασάφειας βασίζεται στη λογική πολλαπλών τιμών [84]. Αντίστοιχα με τα προηγούμενα, \tilde{A} είναι ένα ασαφές υποσύνολο του U ($\tilde{A} \subset U$), και μια συνάρτηση συσχέτισης $\mu_{\tilde{A}}$ ορίζει τη μερική συμμετοχή σε ένα σύνολο. Άρα η μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη είναι βαθμιαία και όχι απότομη. Έτσι λοιπόν, η συνάρτηση συσχέτισης δίνει σε κάθε x μια τιμή από 0 έως 1, υποδηλώνοντας τον βαθμό συσχέτισης, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο Σχήμα 2.



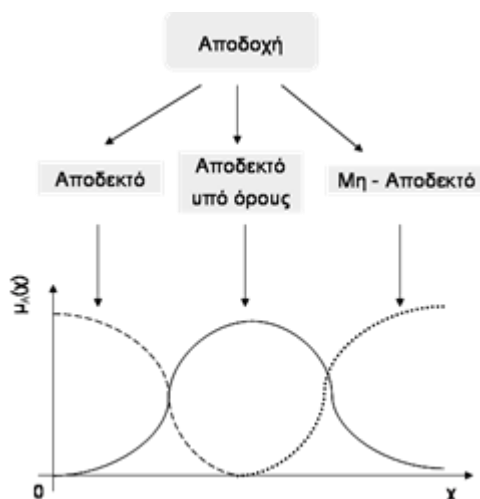
Σχήμα 2. Λογική Πολλαπλών Τιμών

Άρα, σε αυτή την περίπτωση απαιτείται ένα εύκαμπτο όριο για τον προσδιορισμό μιας ενδιάμεσης αποτίμησης $\mu_{\tilde{A}}(x)$ μεταξύ των αποδεκτών και των μη-αποδεκτών τιμών, που διευκολύνει και πρακτικά στην αποτίμηση των μετρήσεων x της ΑΑ.

Οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι θεμελιώδεις στα ασαφή μοντέλα, για τη χρησιμοποίηση των γλωσσικών μεταβλητών. Μια γλωσσική μεταβλητή χαρακτηρίζεται από [6]:

- 1) Τη μεταβλητή βάσης x του \tilde{A} .
- 2) Το όνομα του \tilde{A} .
- 3) Τη γλωσσική τιμή \tilde{A}_i του \tilde{A} ($i = 1, \dots, n$).
- 4) Τη συνάρτηση συσχέτισης $\mu_{\tilde{A}}$ του \tilde{A}_i .

Η σημασιολογία μιας γλωσσικής μεταβλητής φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3. Σημασιολογία Γλωσσικής Μεταβλητής

Τρεις γλωσσικές τιμές \tilde{A}_i (\tilde{A}_1, \tilde{A}_2 και \tilde{A}_3) ορίζουν την συνεισφορά του x στην ΑΑ σε γλωσσικούς όρους:

- $\tilde{A}_1 = \text{«Αποδεκτό»}$,
- $\tilde{A}_2 = \text{«Αποδεκτό υπό όρους»}$,
- $\tilde{A}_3 = \text{«Μη-αποδεκτό»}$.

Ουσιαστικά δηλαδή τα ασαφή σύνολα μπορούν να αναπαραστήσουν γλωσσικούς όρους σε μια φυσική γλώσσα όπως «ψηλός άνδρας», «ακριβό αυτοκίνητο», «μικρά κέρδη», «αριθμοί πολύ μεγαλύτεροι του 10», «περίπου 3».

Κάθε ένας από αυτούς τους γλωσσικούς όρους εκφράζει ένα σύνολο του οποίου τα όρια είναι ανακριβή και είναι τα ασαφή σύνολα που μπορούν να περιγράψουν τέτοιους όρους. Επίσης, τα ασαφή σύνολα έχουν τη δυνατότητα να μοντελοποιούν την ανακρίβεια στη μέτρηση μεγεθών αναπαριστώντας όρους όπως ο «περίπου 3». Είναι πολύ σημαντική η ικανότητα των ασαφών συνόλων να μοντελοποιούν γλωσσικούς όρους της φυσικής γλώσσας γιατί έτσι μπορούν να προσομοιώσουν τον ανθρώπινο τρόπο έκφρασης και συλλογισμού. Η έκφραση με γλωσσικούς όρους και η επεξεργασία αυτών είναι μια καθημερινή πρακτική για τον ανθρώπινο νου και είναι πολύ εύκολο για τους ανθρώπους να κατανοούν το νόημα των γλωσσικών αυτών όρων.

Επιπρόσθετα, τα ασαφή σύνολα προσφέρουν την ευελιξία να μοντελοποιούν τους γλωσσικούς όρους κατά την περίσταση υπό την οποία οι όροι εκφράζονται. Για παράδειγμα δεν έχει την ίδια σημασία ο όρος «ψηλοί παίκτες» αν αναφέρεται σε μια ομάδα μπάσκετ και αν αναφέρεται σε μια ομάδα ποδοσφαίρου. Τα δυο ασαφή σύνολα τότε θα είναι διαφορετικά.

Η χρήση λοιπόν γλωσσικών μεταβλητών στα ασαφή μοντέλα βοηθάει κάποιον να συνδέει τις προσδοκίες για την ΑΑ, εκφρασμένες με γλωσσικές προτάσεις. Οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι στον πυρήνα των μοντέλων ασάφειας. Η συνάρτηση συσχέτισης θεωρείται ότι είναι το πιο δυνατό αλλά και το πιο αδύνατο σημείο της θεωρίας ασάφειας [5, 6]. Είναι το πιο δυνατό γιατί ορίζει ένα εύκαμπτο όριο, το οποίο επιτρέπει μια ομαλή και πρακτική αποτίμηση της συνεισφοράς μιας δράσης στην ΑΑ, σε αντίθεση με την χαρακτηριστική συνάρτηση, η οποία ορίζει ένα αυστηρό όριο. Και είναι το πιο αδύνατο, γιατί θεωρείται πολύ υποκειμενική σε σχέση με την κατασκευή της. Στις βιομηχανικές εφαρμογές της θεωρίας ασάφειας, η κατασκευή συναρτήσεων συσχέτισης πραγματοποιείται κυρίως με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος. Παρόλα αυτά, η μέθοδος αυτή για την κατασκευή συναρτήσεων συσχέτισης για την αποτίμηση δράσεων σε σχέση με την αειφορία, δεν είναι δυνατή και δεν γίνεται αποδεκτή.

Η διαδικασία λήψης απόφασης σχετικά με τη ΑΑ είναι πρώτα και κύρια ένα πολιτικό και, επομένως, ένα υποκειμενικό ζήτημα. Παρόλο που η στάση απέναντι στην ΑΑ είναι υποκειμενική, η θεωρία της ασάφειας επιτρέπει σε ένα μαθηματικό πλαίσιο εργασίας να συνδέει τις ανθρώπινες προσδοκίες για την ΑΑ με γλωσσικές προτάσεις.

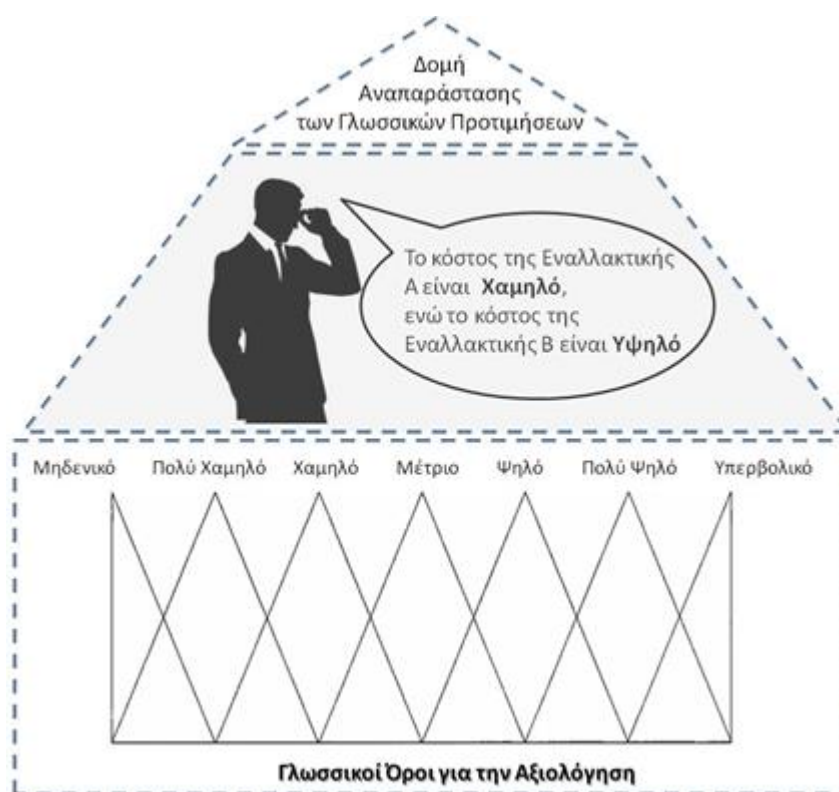
2. Ανάλυση σε Διακριτή και Διατεταγμένη Κλίμακα

Η ανάλυση αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών βασίζεται στη χρήση της γλωσσικής προσέγγισης και χρησιμοποιείται για τη λύση προβλημάτων λήψης απόφασης με τη χρήση γλωσσικών πληροφοριών.

Η βασική φιλοσοφία της χρήσης γλωσσικών μεταβλητών (λέξεων της φυσικής γλώσσας) και οι βασικές υπολογιστικές προσεγγίσεις παρουσιάστηκαν από τον Zadeh το 1973 [5].

Η εφαρμογή τους είναι πολύ αποδοτική στην ανάπτυξη της θεωρίας και των μεθόδων υποστήριξης αποφάσεων επειδή εισάγει ένα περισσότερο εύλεκτο πλαίσιο εργασίας το

οποίο επιτρέπει την αναπαράσταση των πληροφοριών με έναν πιο άμεσο και επαρκή τρόπο όταν δε μπορούν να καθοριστούν ακριβώς οι ποσοτικές πληροφορίες. Με αυτόν τον τρόπο, εξαφανίζεται η επιβάρυνση της ποσοτικοποίησης μιας ποιοτικής έννοιας.



Σχήμα 4. Τυπικό Γλωσσικό Περιβάλλον Υποστήριξης Αποφάσεων

Μια γλωσσική μεταβλητή είναι μεταβλητή των οποίων οι τιμές δεν είναι αριθμοί αλλά λέξεις ή φράσεις σε μια φυσική ή τεχνητή γλώσσα [6]. Ο κύριος σκοπός της χρήσης γλωσσικών όρων (λέξεις ή φράσεις) αντί των αριθμών είναι ότι οι γλωσσικοί χαρακτηρισμοί είναι, σε γενικές γραμμές, λιγότερο συγκεκριμένες από τις αριθμητικές, αλλά πολύ πιο κοντά στον τρόπο που οι άνθρωποι εκφράζουν και χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους. Για παράδειγμα, αν πούμε «το κτίριο είναι ψηλό» είναι λιγότερο συγκεκριμένο από «το κτίριο έχει ύψος 300 μέτρα». Στην περίπτωση αυτή, «ψηλός» μπορεί να θεωρηθεί ως ένας γλωσσικός όρος της μεταβλητής «ύψος» η οποία είναι λιγότερο ακριβής και ενημερωτική από την αριθμητική τιμή «300».

Παρά τον λιγότερο ενημερωτικό χαρακτήρα, ο όρος "ψηλός" επιτρέπει στους ανθρώπους να εκφραστούν φυσικά και να αποτυπώσουν έννοιες που μπορεί να είναι αβέβαιες ή ελλιπείς (ο ομιλητής δεν μπορεί να γνωρίζει το ακριβές ύψος του κτιρίου). Δεδομένου ότι αυτό το είδος των καταστάσεων, όπου οι πληροφορίες δεν είναι ακριβείς, είναι πολύ κοινό στην πραγματική ζωή, και οι γλωσσικές μεταβλητές μπορούν να είναι ένα ισχυρό εργαλείο για τη μοντελοποίηση της ανθρώπινης γνώσης.

Στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν πολλές εφαρμογές αναλύσεων αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών για τη λύση πραγματικών περιπτώσεων, όπως ομαδική λήψη αποφάσεων [7, 8], πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων [9 - 11], σύνολο ενεργειών

πώλησης [12], ανάπτυξη λογισμικού [13], εκπαίδευση [14], υποκειμενική αποτίμηση της αξίας ενός αυτοκινήτου [15], επιλογή υλικών [16] και διοίκηση προσωπικού [17].

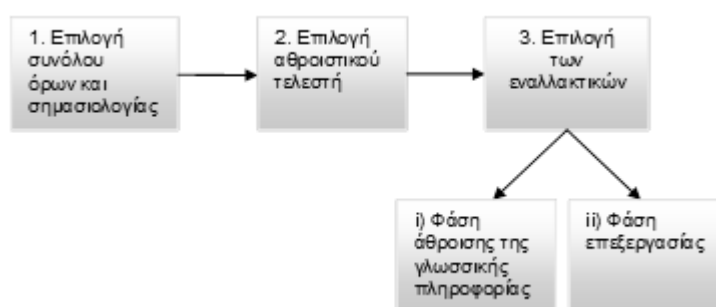
Συνήθως, σ' όλες τις πραγματικές διαδικασίες λήψης απόφασης υπάρχουν διάφοροι ειδικοί ή αποφασίζοντες οι οποίοι καλούνται να εκφράσουν τις τιμές απόδοσης μιας ομάδας από εναλλακτικές με σκοπό να επιλεγεί η καλύτερη, σε ένα πολυκριτήριο περιβάλλον λήψης απόφασης [18, 19]. Γενικά, το σχέδιο λύσεων ενός ΠΜΥΑ προβλήματος αποτελείται κυρίως από δύο φάσεις [20, 21]:

1. Μια φάση άθροισης των τιμών απόδοσης όσον αφορά σ' όλα τα κριτήρια ώστε να προκύψει μια συνολική τιμή απόδοσης για τις εναλλακτικές και έπειτα,
2. Μια φάση επεξεργασίας της συνολικής τιμής απόδοσης ώστε να προκύψει η επιλογή μεταξύ των εναλλακτικών.

Στην ανάλυση αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών, το σχέδιο λύσης πρέπει να οριστεί από τα ακόλουθα τρία βήματα:

1. *Επιλογή ενός συνόλου γλωσσικών όρων και η εννοιολογία τους:* Αφορά στον καθορισμό των όρων της γλωσσικής έκφρασης για τις γλωσσικές τιμές απόδοσης των εναλλακτικών που αντιστοιχούν στα διαφορετικά κριτήρια. Για να γίνει αυτό, πρέπει να επιλεγθεί ο αριθμός των βαθμίδων του συνόλου των γλωσσικών όρων, οι ετικέτες και η σημασιολογία τους.
2. *Επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας:* Αφορά στον καθορισμό του κατάλληλου αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας, ώστε να συνδυαστούν και να αθροιστούν οι παρεχόμενες γλωσσικές τιμές απόδοσης.
3. *Επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών:* Αφορά στην επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών βάσει των παρεχόμενων γλωσσικών τιμών απόδοσης. Διεξάγεται σε δυο φάσεις:

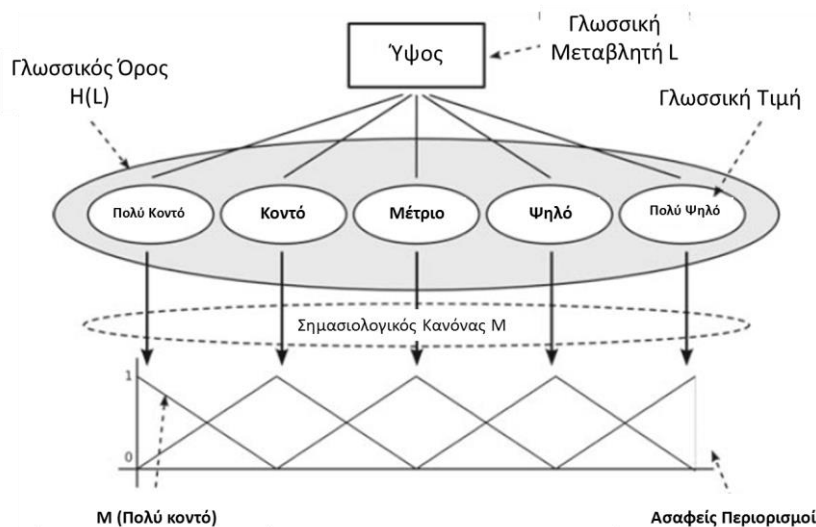
- i) *Αθροιστική φάση της γλωσσικής πληροφορίας:* Αφορά στην αποκόμιση της συνολικής γλωσσικής τιμής απόδοσης για τις εναλλακτικές, αθροίζοντας τις παρεχόμενες γλωσσικές τιμές απόδοσης βάσει όλων των κριτηρίων μέσω του επιλεγμένου αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας.
- ii) *Φάση επεξεργασίας:* Αφορά στον καθορισμό της κατάταξης των εναλλακτικών ανάλογα με τη συνολική γλωσσική τιμή απόδοσης, ώστε να επιλεγθούν οι καλύτερες.



Σχήμα 5. Σχέδιο Λύσεων ενός ΠΜΥΑ Προβλήματος με Γλωσσικές Μεταβλητές

Η επιλογή του συνόλου των γλωσσικών όρων είναι ο πρώτος στόχος που πρέπει να επιτευχθεί σε μια γλωσσική προσέγγιση και περιλαμβάνει τον καθορισμό της γλωσσικής μεταβλητής [6] ή της γλωσσικής έκφρασης με σκοπό την παροχή των γλωσσικών τιμών απόδοσης.

Ορισμός 1 (Zadeh [22]): Η γλωσσική μεταβλητή χαρακτηρίζεται από πέντε μέρη (L, H, U, G, M) όπου το L είναι η μεταβλητή, το H δηλώνει το σύνολο όρων της L π.χ. το σύνολο των ονομάτων των γλωσσικών τιμών του L, με κάθε του τιμή να είναι μια ασαφής μεταβλητή που δηλώνεται γενικά ως X και έχει ένα εύρος τιμών μέσα σε ένα σύμπαν της ομιλίας U. Το G είναι ένας συντακτικός κανόνας για τη δημιουργία των ονομάτων των τιμών του L και το M είναι ένας σημασιολογικός κανόνας που σχετίζει το νόημά τους με κάθε L.



Σχήμα 6. Απεικόνιση ενός Σημασιολογικού Κανόνα

Ο κύριος στόχος του καθορισμού των γλωσσικών περιγραφητών μιας γλωσσικής μεταβλητής είναι η παροχή στο χρήστη λίγων λέξεων, μέσω των οποίων μπορεί με φυσικό τρόπο να εκφράσει τις πληροφορίες του.

Για να επιτευχθεί αυτός ο σκοπός, ένα σημαντικό στοιχείο είναι οι βαθμίδες αβεβαιότητας, δηλαδή τα επίπεδα της διάκρισης μεταξύ των διαφορετικών αριθμήσεων της αβεβαιότητας.

Ο αριθμός στοιχείων του συνόλου των όρων πρέπει να είναι αρκετά μικρός ώστε να μην λεπτομέρεια που δεν είναι απαραίτητη. Πρέπει ταυτόχρονα να είναι αρκετά «πλούσιος», ώστε να επιτρέπει τη διαφοροποίηση των αποτιμήσεων σε έναν περιορισμένο αριθμό βαθμίδων.

Τυπικές τιμές του αριθμού στοιχείων που χρησιμοποιούνται είναι περιττές, όπως 7 ή 9 με ανώτατο όριο το 11 ή το 13, όπου ο μεσαίος όρος υποδηλώνει μια αποτίμηση του «περίπου 0,5», με τους υπόλοιπους όρους να είναι τοποθετημένοι συμμετρικά γύρω από αυτόν [23].

Αυτές οι τυπικές τιμές του αριθμού στοιχείων φαίνεται να ταιριάζει με την παρατήρηση του Miller [24], σχετικά με το γεγονός ότι οι άνθρωποι μπορούν να θυμούνται περίπου επτά αντικείμενα.

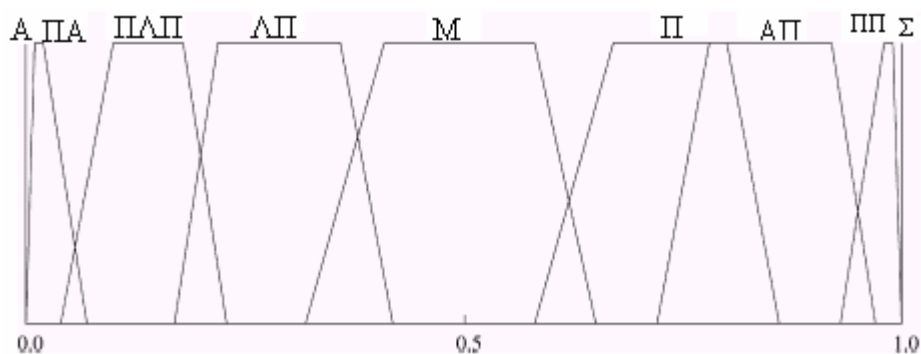
Όσον αφορά στον καθορισμό της σημασίας του συνόλου των γλωσσικών όρων, στη βιβλιογραφία, μπορούν κυρίως να βρεθούν τρεις τρόποι [25]:

- Σημασία βασισμένη σε συναρτήσεις συσχέτισης και σε ένα σημασιολογικό κανόνα.
- Σημασία βασισμένη σε μια ταξινομημένη δομή ενός συνόλου γλωσσικών όρων.
- Συνδυαστική σημασία.

Συγκεκριμένα, η πρώτη προσέγγιση θεωρεί ότι το νόημα κάθε γλωσσικού όρου δίνεται μέσω ενός ασαφούς υποσυνόλου ορισμένου στο διάστημα “0 - 1”, το οποίο συνήθως περιγράφεται από συναρτήσεις συσχέτισης [26]. Ένας υπολογιστικά αποτελεσματικός τρόπος για το χαρακτηρισμό ενός ασαφούς αριθμού είναι η χρησιμοποίηση αναπαράστασης βασισμένης σε παραμέτρους της αντίστοιχης συνάρτησης συσχέτισης [27].

Επειδή οι γλωσσικές αποτιμήσεις είναι προσεγγιστικές, αρκετοί αναλυτές θεωρούν ότι οι γραμμικές τραπεζοειδείς συναρτήσεις συσχέτισης είναι αρκετά καλές για να «αιχμαλωτίσουν» την αοριστία αυτών των γλωσσικών αποτιμήσεων [28 - 30]. Αυτή η αναπαράσταση επιτυγχάνεται με τέσσερις παραμέτρους (a_i, b_i, c_i, d_i) . Οι δύο πρώτες παράμετροι δείχνουν το διάστημα μέσα στο οποίο η τιμή συσχέτισης είναι 1, η τρίτη και η τέταρτη παράμετρος δείχνουν το αριστερό και το δεξί εύρος. Παράδειγμα σημασιολογίας για σύνολο εννέα όρων είναι το ακόλουθο, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο Σχήμα 7 [31]:

- Σ = Σίγουρο = (1, 1, 0, 0)
- ΠΠ = Πολύ Πιθανό = (0.98, 0.99, 0.05, 0.01)
- ΑΠ = Αρκετά πιθανό = (0.78, 0.92, 0.06, 0.05)
- Π = Πιθανό = (0.63, 0.80, 0.05, 0.06)
- Μ = Μπορεί = (0.41, 0.58, 0.09, 0.07)
- ΛΠ = Λίγο Πιθανό = (0.22, 0.36, 0.05, 0.06)
- ΠΛΠ = Πολύ λίγο πιθανό = (0.1, 0.18, 0.06, 0.05)
- ΠΑ = Πολύ Απίθανο = (0.01, 0.02, 0.01, 0.05)
- Α = Αδύνατο = (0, 0, 0, 0)



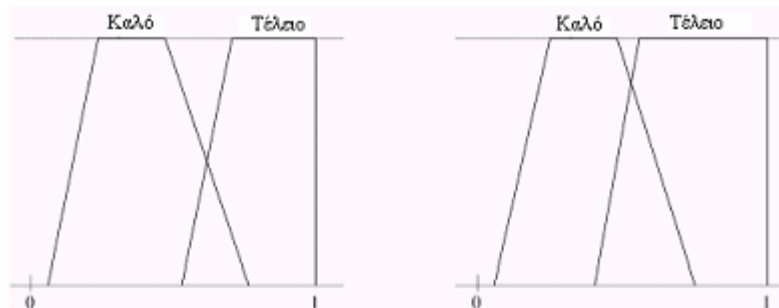
Σχήμα 7. Σύνολο Εννέα (9) Όρων με τη Σημασιολογία τους

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [31] και επεξεργασία των συγγραφέων

Μια ειδική περίπτωση αυτής της αναπαράστασης είναι η γλωσσική εκτίμηση, όπου οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι τριγωνικές, δηλαδή $b = d$, οπότε η αναπαράσταση της συνάρτησης συσχέτισης γίνεται με μια τριπλή απεικόνιση (3-tuple), την (a, b, c) .

Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση παρουσιάζει δύο προβλήματα:

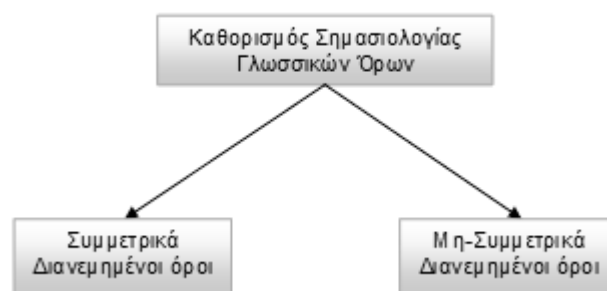
- Στις αναπαραστάσεις των αρχικών ασαφών συνόλων, το πρόβλημα είναι πώς θα καθοριστούν οι παράμετροι ανάλογα με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα [19]. Μοιάζει αρκετά δύσκολο όλοι οι αποφασίζοντες να συμφωνήσουν στις ίδιες συναρτήσεις συσχέτισης που αντιστοιχούν στους αρχικούς γλωσσικούς όρους και επιπρόσθετα δεν υπάρχει κάποια τυποποιημένη κατανομή που να πρέπει να χρησιμοποιείται υποχρεωτικά. Για παράδειγμα, στο ακόλουθο Σχήμα 8 παρουσιάζονται δυο κοντινές παραλλαγές της ίδιας εκτίμησης.
- Επιπρόσθετα, δεν είναι πάντα δυνατό για το χρήστη να καθορίσει ένα ασαφές σύνολο για κάθε αρχικό γλωσσικό όρο, διότι απαιτείται αρκετή ακρίβεια που ο χρήστης δε μπορεί πάντα να παρέχει [8].



Σχήμα 8. Παραλλαγές Αναπαράστασης

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [31] και επεξεργασία των συγγραφέων

Μια εναλλακτική δυνατότητα, που δεν χρησιμοποιεί ασαφή σύνολα, εισάγει τη σημασιολογία μέσα από τη δομή του συνόλου των γλωσσικών όρων.



Σχήμα 9. Καθορισμός Σημασιολογίας του Συνόλου των Γλωσσικών Όρων

Ειδικότερα, αυτό συμβαίνει όταν οι αποφασίζοντες παρέχουν τις αξιολογήσεις τους με τη χρησιμοποίηση ενός διατεταγμένου συνόλου γλωσσικών όρων. Κάτω από αυτήν τη σημασιολογική προσέγγιση, ανάλογα με τη διανομή των γλωσσικών όρων σε μια κλίμακα “0 – 1”, υπάρχουν δύο δυνατότητες για τον καθορισμό της σημασιολογίας του συνόλου των γλωσσικών όρων [7 – 9]:

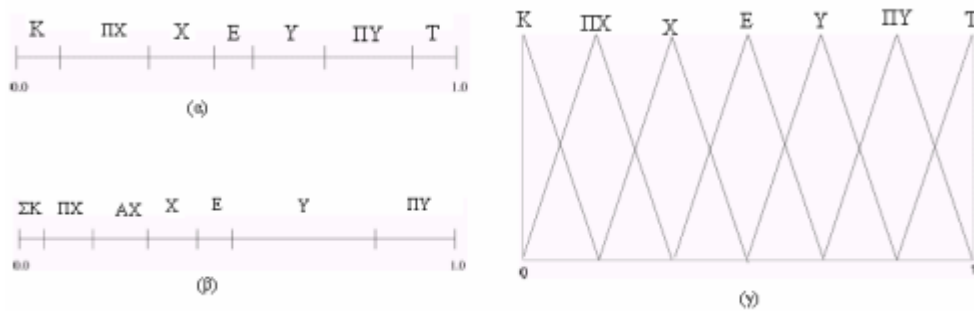
- **Συμμετρικά διανεμημένοι όροι:** Υποθέτει διατεταγμένα γλωσσικά σύνολα όρων, τα οποία διανέμονται σε μια κλίμακα με περιττό αριθμό στοιχείων και το μεσαίο όρο να αντιπροσωπεύει μια αξιολόγηση «περίπου 0,5». Οι υπόλοιποι όροι τοποθετούνται

συμμετρικά γύρω από αυτόν. Κατόπιν, η σημασιολογία του συνόλου γλωσσικών όρων διαμορφώνεται από τη διατεταγμένη δομή του συνόλου όρων, θεωρώντας ότι κάθε γλωσσικός όρος για το ζευγάρι (s_i, s_{T-i}) είναι εξίσου πληροφοριακός [32]. Αυτή η πρόταση μπορεί να καθοριστεί ρητά με την αναπαράσταση ενός υποτομέα της περιοχής αναφοράς $[0, 1]$ σε κάθε γλωσσικό όρο (βλέπε Σχήμα 10α).

- *Μη-συμμετρικά διανεμημένοι όροι:* Υποθέτει ότι μια υποπεριοχή της περιοχής αναφοράς μπορεί να περιέχει περισσότερες πληροφορίες από το υπόλοιπο της περιοχής [32]. Σε αυτήν την περίπτωση, η πυκνότητα των γλωσσικών όρων σε εκείνη την υποπεριοχή θα ήταν μεγαλύτερη από την πυκνότητα στο υπόλοιπο της περιοχής αναφοράς, δηλαδή το διατεταγμένο σύνολο γλωσσικών όρων δεν θα διανεμόταν συμμετρικά. Τέτοια περίπτωση μπορεί να υπάρξει όταν για παράδειγμα υποτεθεί ότι απαιτείται ένα σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας με μια πολύ ακριβή συμπεριφορά όταν η θερμοκρασία είναι «χαμηλή». Επομένως, το γλωσσικό σύνολο όρου θα είχε μια διανομή πέρα από την περιοχή αναφοράς παρόμοια με αυτήν στο Σχήμα 10β, (στο Σχήμα 10β, το ΣΚ =Σχεδόν Καθόλου και ΑΧ = Αρκετά χαμηλό).

Για αυτές τις περιπτώσεις, σε μια μέθοδο προτάθηκε ότι επηρεάζεται η σημασία (οι υποπεριοχές) με τη χρησιμοποίηση μιας λειτουργίας “negation” που καθορίζεται από μέρη του συνόλου γλωσσικών όρων [32]. Αυτή η μέθοδος είναι σε θέση να αποδώσει μια σημασία για το σύνολο γλωσσικών όρων εάν ο χρήστης παρέχει τις τιμές της αντίθετης λειτουργίας για κάθε γλωσσικό όρο. Παραδείγματος χάριν, για το σύνολο γλωσσικών όρων στο σχήμα 10β, η ακόλουθη λειτουργία άρνησης μπορεί να καθοριστεί [32]:

- $Neg(\Sigma K) = Neg(\Pi X) = \{ \Pi Y \}$
- $Neg(A X) = Neg(X) = \{ Y \}$
- $Neg(E) = \{ E \}$
- $Neg(Y) = \{ A X, X \}$
- $Neg(\Pi Y) = \{ \Sigma K, \Pi X \}$



Σχήμα 10. (α) Συμμετρικά Κατανεμημένο Σύνολο 7 Όρων
 (β) Μη Συμμετρικά Κατανεμημένο Σύνολο 7 Όρων
 (γ) Ενιαία Κατανεμημένο Σύνολο 7 Όρων

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [31] και δική μου επεξεργασία

Στο παραπάνω πλαίσιο, μια δυνατότητα για τη μείωση της πολυπλοκότητας καθορισμού των γλωσσικών όρων είναι η άμεση αναπαράσταση του συνόλου των όρων θεωρώντας

όλους τους όρους ως πρωταρχικούς και κατανεμημένους σε μια κλίμακα στην οποία καθορίζεται η συνολική διάταξη [32, 33]. Για παράδειγμα ένα σύνολο S από επτά όρους είναι το ακόλουθο:

$S = \{s_0 = \text{καθόλου}, s_1 = \text{πολύ λίγο}, s_2 = \text{λίγο}, s_3 = \text{ενδιάμεσο}, s_4 = \text{υψηλό}, s_5 = \text{πολύ υψηλό}, s_6 = \text{τέλειο}\},$

όπου $s_a < s_b$ αν $a < b$.

Σε τέτοιες περιπτώσεις απαιτείται από το σύνολο γλωσσικών όρων να ικανοποιούν τα παρακάτω επιπρόσθετα χαρακτηριστικά:

- Να υπάρχει ένας αρνητικός τελεστής, π.χ. $\text{neg}(s_i) = s_j$
- $j = T - i$ ($T + 1$ είναι ο αριθμός των στοιχείων)
- Τελεστής μεγιστοποίησης: $\max(s_i, s_j) = s_i$ αν $s_i \geq s_j$
- Τελεστής ελαχιστοποίησης: $\min(s_i, s_j) = s_i$ αν $s_i \leq s_j$

Ορίζεται με αυτόν τον τρόπο μία διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα. Πρέπει να σημειωθεί ότι σε μια διακριτή και διατεταγμένη κλίμακα δεν ορίζονται οι συνηθισμένες αλγεβρικές πράξεις της πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης μεταξύ των όρων της. Ορίζονται μόνο πράξεις που αφορούν τη διάταξη όπως π.χ. η “max” και η “min”. Κάθε συνηθισμένη πράξη δεν έχει νόημα δηλαδή δεν μπορούμε να υπολογίσουμε για παράδειγμα τον αριθμητικό μέσο όρο κάποιων όρων την κλίμακας.

Αυτό γιατί οι δείκτες των όρων της κλίμακας δηλαδή το $0, 1, 2, \dots, v+1$ δεν πρέπει να θεωρούνται αριθμοί αλλά «ετικέτες» που συμβολίζουν μια γλωσσική έννοια.

Υπό την αντίληψη αυτή, αν π.χ. έχουμε την κλίμακα

$$L = \{x_0 = \text{τίποτα}, x_1 = \text{μικρό}, x_2 = \text{μεσαίο}, x_3 = \text{μεγάλο}\}$$

κάποιος άλλος θα μπορούσε να συμβολίσει την ίδια κλίμακα ως

$$L = \{x_{-6} = \text{τίποτα}, x_0 = \text{μικρό}, x_8 = \text{μεσαίο}, x_{12} = \text{μεγάλο}\}$$

καθώς μόνο η διάταξη έχει σημασία και όχι οι αριθμοί.

Σε αυτήν την περίπτωση είναι φανερό ότι οι δείκτες δεν είναι αριθμοί αλλά «ετικέτες» και δεν πρέπει να ορίζονται πράξεις που δεν έχουν σχέση με τη διάταξη μεταξύ των όρων της κλίμακας.

Ένα δεύτερο παράδειγμα ίσως είναι πιο διαφωτιστικό. Έστω η κλίμακα $L = \{x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4\}$ και την ίδια κλίμακα κάποιος άλλος τη συμβολίζει $L = \{x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_{10} = 4\}$ δηλαδή όπου το x_4 της πρώτης κλίμακας βάζει το ισοδύναμο του x_{10} . Έχει αυτό το δικαίωμα αφού μόνο η διάταξη μετράει. Τότε για την πρώτη κλίμακα θα είχαμε $\frac{x_0 + x_4}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 < \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$ αν μεταχειριζόμασταν τους όρους της κλίμακας σαν αριθμούς. Για τη δεύτερη κλίμακα $\frac{x_0 + x_{10}}{2} = \frac{0 + 10}{2} = 5 > \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$ το οποίο αντίκειται στο αποτέλεσμα της πρώτης κλίμακας.

Άρα είναι εμφανές ότι οι συνηθισμένες πράξεις δεν ορίζονται σε αυτές τις κλίμακες. Η θεώρηση μόνο της διάταξης στις πράξεις αποτελεί τη βάση όλων των εργασιών που έχουν γίνει σε διακριτές κλίμακες από τους Yager Herrera et. al. και Delgado et al [31 – 36].

Στις διακριτές και διατεταγμένες κλίμακες η διαφορά μεταξύ δυο όρων της κλίμακας δεν εμπεριέχει κανένα φυσικό νόημα. Άρα, και η απόσταση μεταξύ δυο όρων δεν έχει καμία φυσική έννοια και δεν ορίζεται. Η πληροφορία που δίνει η διάταξη των όρων δεν εμπεριέχει καμία πληροφορία σχετικά με την απόσταση των όρων της κλίμακας.

Δεν μπορεί να ειπωθεί ότι στην κλίμακα

$$L = \{x_0 = \text{τίποτα}, x_1 = \text{μικρό}, x_2 = \text{μεσαίο}, x_3 = \text{μεγάλο}\}$$

το «μικρό» απέχει από το «μεσαίο» όσο το «μεσαίο» από το «μεγάλο». Δεν μπορεί να καθοριστεί πόσο πρέπει να αυξηθεί το «μικρό» για να γίνει «μεσαίο». Αν χρησιμοποιηθεί η κλίμακα L για να αξιολογηθεί η άνεση ενός αυτοκίνητου δεν μπορεί να προσδιορισθεί πόσο μεγαλύτερη είναι η άνεση ενός αυτοκίνητου με «μέση» άνεση σε σχέση με ένα άλλο με «μικρή» άνεση. Διαφορετικοί αποφασίζοντας μπορεί να δίνουν διαφορετική ερμηνεία για τους όρους της κλίμακας.

Το επόμενο βήμα της ανάλυσης αποφάσεων με γλωσσικούς όρους είναι η επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας. Εδώ, εμφανίζεται ένας σημαντικός περιορισμός των σχετιζόμενων προσεγγίσεων.

Οι υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην εξειδικευμένη βιβλιογραφία παρουσιάζουν ένα σύνθημα μειονέκτημα, την «απώλεια δεδομένων», η οποία ουσιαστικά περιλαμβάνει την έλλειψη ακρίβειας στα τελικά αποτελέσματα.

Αυτές οι υπολογιστικές τεχνικές είναι οι ακόλουθες [33, 34]:

- *Προσέγγιση Προέκτασης*: Γίνονται πράξεις με ασαφείς αριθμούς που υποστηρίζουν τη σημασιολογία των γλωσσολογικών όρων.
- *Συμβολική Προσέγγιση*: Γίνονται υπολογισμοί με τις ετικέτες των γλωσσικών όρων.
- *Προσέγγιση Διπλής Αναπαράστασης*: Αφορά σε προσέγγιση που σαν στόχο έχει να ξεπερνά αυτόν τον περιορισμό της έλλειψης ακρίβειας, μέσα από την αντιπροσώπευση της γλωσσολογικής πληροφορίας με ένα ζεύγος τιμών, συντεθειμένο από ένα γλωσσικό όρο και έναν αριθμό. Το κύριο πλεονέκτημα αυτής της αντιπροσώπευσης είναι ότι είναι συνεχής στο πεδίο της και ως εκ τούτου μπορεί να εκφράσει οποιαδήποτε μετρήσιμη πληροφορία μέσα στο σύμπαν της ομιλίας. Μέσω αυτού του αντιπροσωπευτικού προτύπου, παρουσιάζονται υπολογιστικές τεχνικές που δεν έχουν απώλεια δεδομένων.

Στις επόμενες παραγράφους θα αναλυθούν οι γλωσσικές αθροιστικές μέθοδοι, με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους και θα παρουσιαστούν διαφορετικά είδη από γλωσσικούς αθροιστικούς τελεστές.

Βιβλιογραφία

- [1] Dubois D, Prade H. (1980), “Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications”, Academic Press. New York.
- [2] Zadeh LA. (1965), “Fuzzy sets”, *Information and Control*, 8: 338-353.
- [3] Cornelissen AMG, Van den Berg J, Koops WJ, Grossman M, Udo HMJ. (2001), “Assessment of the contribution of sustainability indicators to sustainable development: a novel approach using fuzzy set theory”, *Agriculture, Ecosystems and Environment* 86: 173–185.
- [4] Dunn EG, Keller JM, Marks LA, Ikerd JE, Fader PD, Godsey LD. (1995), “Extending the application of fuzzy sets to the problem of agricultural sustainability”, *IEEE Proceedings of ISUMA-NAFIPS '95*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, pp. 497– 502.
- [5] Zadeh, L. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3(1), 28–44.
- [6] Zadeh, L. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part I. *Information Sciences*, 8(3), 199–249.
- [7] Bordogna G, Fedrizzi M, Passi G. (1997), “A linguistic modelling of consensus in group decision making based on OWA operators”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 27: 126-132.
- [8] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1995), “A. sequential selection process in group decision making with linguistic assessment”, *Information Science*, 85: 223-239.
- [9] Buckley, JJ. (1984), “The multiple judge, multiple criteria ranking problem: a fuzzy set approach”, *Fuzzy Sets and Systems*, 13: 23 -37.
- [10] Chang P, Chen Y. (1994), “A fuzzy multicriteria decision making method for technology transfer strategy selection in biotechnology”, *Fuzzy Sets and Systems* 63: 131-139.
- [11] Yager RR. (1993), “Non-numeric multi-criteria multi-person decision making”, *Group Decision Negotiation*, 2: 81-93.
- [12] Yager RR, Goldstein LS, Mendels E. (1994), “FUZMAR: an approach to aggregating market research data based on fuzzy reasoning”, *Fuzzy Sets and Systems*, 68: 1-11.
- [13] Lee HM. (1996), “Group decision making using fuzzy sets theory for evaluating the rate of aggregative risk in software development”, *Fuzzy Sets and Systems*, 80: 261-271.
- [14] Law CK. (1996), “Using fuzzy numbers in educational grading system”, *Fuzzy Sets and Systems*, 83: 311-323.
- [15] Levrat L, Voisin A, Bombardier S, Bremont J. (1997), “Subjective evaluation of car seat comfort with fuzzy set techniques”, *Internat. J. Intell. Systems*, 12: 891-913.
- [16] Chen SM. (1997), “A new method for tool steel materials selection under fuzzy environment”, *Fuzzy Sets and Systems*, 92: 265 - 274.
- [17] Herrera F, Lopez E, Mendaña C, Rodriguez MA. (2001), “A linguistic decision model for personnel management solved with a linguistic biojective genetic algorithm”, *Fuzzy Sets and Systems*, 118(1): 47 - 64.

- [18] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. (1998), “Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations”, *Fuzzy Sets and Systems* 97: 33-48.
- [19] Herrera F, Herrera-Viedma E, Martinez L. (2000), “A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making”, *Fuzzy Sets and Systems*, 114: 43-58.
- [20] Kacprzyk J, Fedrizzi M. (1990), “Multiperson Decision Making Models Using Fuzzy Sets and Possibility Theory”, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [21] Roubens M. (1997), “Fuzzy sets and decision analysis”, *Fuzzy Sets and Systems*, 90: 199-206.
- [22] Zadeh LA. (1975) “The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning - Part II”, *Information Science* 8: 301-357.
- [23] Bonissone PP, Decker KS. (1986), “Selecting uncertainty calculi and granularity: an experiment in trading of precision and complexity, in: L.H. Kanal, J.F. Lemmer (Eds.), *Uncertainty in Artificial Intelligence*, North-Holland, Amsterdam, pp. 217- 247.
- [24] Miller GA. (1956), “The magical number seven or minus two: some limits on our capacity of processing information”, *Psychological Review*, 63: 81-97.
- [25] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1996), “A model of consensus in group decision making under linguistic assessments”, *Fuzzy Sets and Systems*, 79: 73-87.
- [26] Bordogna G, Passi G. (1993), “A fuzzy linguistic approach generalizing boolean information retrieval: a model and its evaluation”, *J. Amer. Soc. Inform. Sci.* 44: 70 -82.
- [27] Bonissone PP. (1982), “A fuzzy sets based linguistic approach: theory and applications”, in: M.M. Gupta, E. Sanchez (Eds.), *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, North-Holland, Amsterdam, pp. 329-339.
- [28] Delgado M, Verdegay JL, Vila MA. (1992), “Linguistic decision making models”, *International Journal of Intelligent Systems*, 7: 479 - 492.
- [29] Tong M, Bonissone PP. (1980), “A linguistic approach to decision making with fuzzy sets”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 10: 716-723.
- [30] Tong M, Bonissone PP. (1984), “Linguistic solutions to fuzzy decision problems”, *Stud. Management Sci.* 20: 323-334.
- [31] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998), “Choice processes for non-homogeneous group decision making in linguistic setting”, *Fuzzy Sets and Systems*, 94(3): 287-308.
- [32] Delgado M, Herrera F, Herrera-Viedma E, Martinez L. (1998), “Combining linguistic and numerical information in group decision making”, *Information Science*, 7: 177-194.
- [32] Yager RR. (1995), “An approach to ordinal decision making”, *International Journal of Approximate Reasoning*, 12: 237-261.
- [33] Delgado M, Verdegay JL, Vila MA. (1993), “On aggregation operations of linguistic labels”, *International Journal of Intelligent Systems*, 8: 351–370.
- [34] Herrera F, Martinez L. (2000), “A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words”, *IEEE Trans Fuzzy Syst*, 8(6):746–752.
- [35] Herrera F, Martinez L. (1999), “A 2-Tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words”, Department of Computer Science and Artificial Intelligence, Technical Report #DESCAI-990102.
- [36] Degani R, Bortolan G. (1988), “The problem of linguistic approximation in clinical decision making”, *Int J Approx Reason*, 2: 143–162.
- [37] Bonissone PP, Decker KS. (1986). “Selecting uncertainty calculi and granularity: An experiment in trading – off precision and complexity”, In *Uncertainty in Artificial Intelligence*, Kanal LH, Lemmer JF., Eds. Amsterdam, The Netherlands: North – Holland, pp.217-247.

- [38] Herrera F, S. Alonso, F. Chiclana, E. Herrera-Viedma. (2009). “Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects”. *Fuzzy Optim Decis Making*, 8:337–364.
- [39] Herrera F, Herrera-Viedma E. (2000), “Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information”, *Fuzzy Sets and Systems* 115: 67-82.
- [40] Yager RR. (1988), “On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18: 183-190.
- [41] Cholewa W. (1985), ”Aggregation of fuzzy opinions: An axiomatic approach”, *Fuzzy Sets and Systems*, 17: 249-259.
- [42] Montero J. (1988), “Aggregation of fuzzy opinions in a non-homogeneous group”, *Fuzzy Sets and Systems*, 25: 15-20.
- [43] Martinez, F. Herrera (2012). “An overview on the 2-tuple linguistic model for computing with words in decision making: Extensions, applications and challenges”, *Information Sciences*, 207 1–18.
- [44] Doukas H, Botsikas A, Psarras J. (2006), “Multi-criteria decision aid for the formulation of sustainable technological energy priorities using linguistic variables”, *European Journal of Operational Research*, 182(2), 844-855.