ΕΝΟΤΗΤΑ 10
Μοντέλα Αναπαράστασης και Επεξεργασίας Ασαφών Όρων

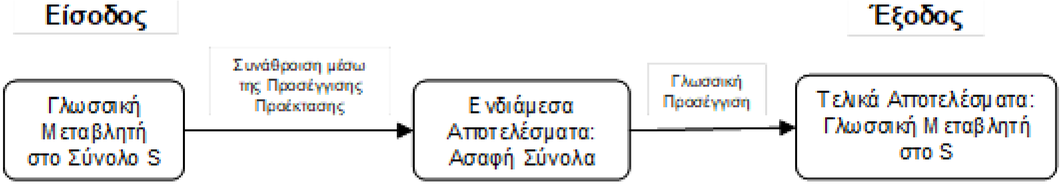
Προσέγγιση Προέκτασης

Η προσέγγιση της προέκτασης έχει εισαχθεί για να μετατρέπει αριθμητικές τιμές σε ασαφή σύνολα. Όμως, είναι γνωστό ότι χρησιμοποιώντας εκτεταμένες αλγεβρικές πράξεις για να χειριστεί κανείς τα ασαφή σύνολα, η ασάφεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται βήμα με το βήμα και το σχήμα της συνάρτησης συσχέτισης δεν μένει σταθερό όταν οι γλωσσικές μεταβλητές είναι αλληλεπιδρούσες. Έτσι, τα τελικά αποτελέσματα αυτών των μεθόδων είναι ασαφή σύνολα τα οποία δεν αντιστοιχούν σε καμία ετικέτα στο αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων. Ουσιαστικά δηλαδή η αρχή της προέκτασης με ασαφή σύνολα έχει σαν αποτέλεσμα ασαφή σύνολα, τα οποία είναι δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τον αποφασίζοντα.

Αν, τελικά, επιθυμείται να υπάρχει μια ετικέτα, απαιτείται μια γλωσσική προσέγγιση.

Η γλωσσική προσέγγιση έγκειται στο να βρεθεί μια ετικέτα της οποίας το νόημα είναι το ίδιο με το πιο κοντινό νόημα του ασαφούς συνόλου χωρίς ετικέτα, το οποίο δημιουργείται από το μοντέλο γλωσσικού υπολογισμού. Δεν υπάρχει γενική μέθοδος για τον συσχετισμό μιας ετικέτας με ένα ασαφές σύνολο.

Μια γλωσσική συνάθροιση βασισμένη στην αρχή της προέκτασης ενεργεί σύμφωνα με το σχέδιο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.



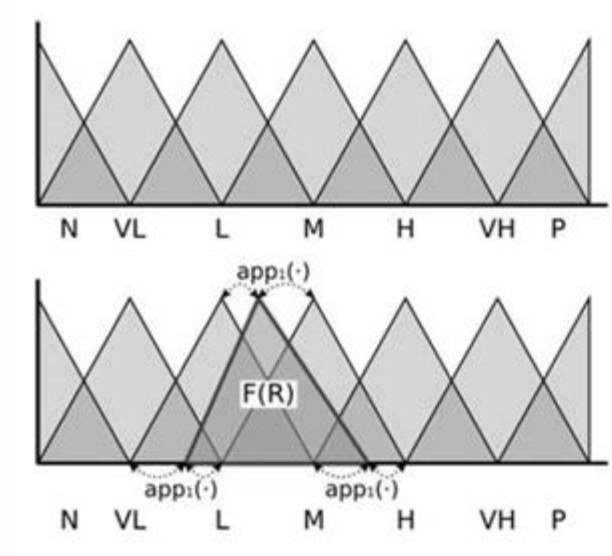
Σχήμα 1. Διαδικασία Προσέγγισης Προέκτασης

Πηγή: Herrera F, Martinez L. (1999) [2] και δική μου επεξεργασία

Ουσιαστικά, ένας γλωσσολογικός τελεστής βασισμένος στην αρχή της προέκτασης ορίζεται ως εξής [3, 4]:

$$S^n \xrightarrow{\bar{F}} F(R) \xrightarrow{app_1(.)} S$$, όπου:

- *S* είναι το αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων.
- S^n συμβολίζει το n Καρτεσιανό γινόμενο του S.
- $\bar{F}$ είναι ένας τελεστής συνάθροισης που βασίζεται στην αρχή της προέκτασης.
- F(R) είναι το σύνολο των ασαφών συνόλων επάνω από το σύνολο των πραγματικών αριθμών R.
- app1(.) είναι η συνάρτηση γλωσσολογικής προσέγγισης που επιστρέφει μία ετικέτα στο σύνολο γλωσσολογικών όρων S, του οποίου η σημασία είναι η κοντινότερη στον παραγόμενο ασαφή αριθμό χωρίς ετικέτα.



Σχήμα 2. Προσέγγιση Επιστροφής στο Σύνολο Γλωσσολογικών Όρων S

Πηγή: Herrera F et al (2009) [5] και δική μου επεξεργασία

Συμβολική Προσέγγιση

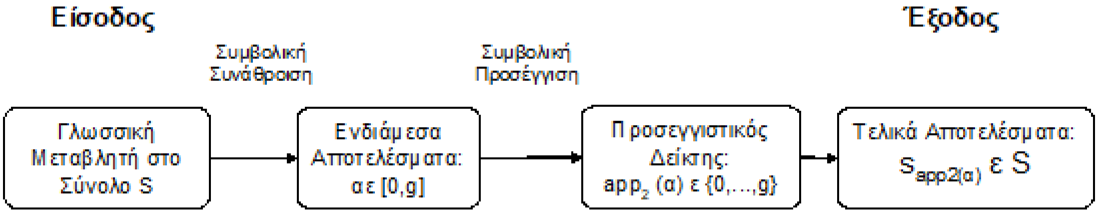
Μία δεύτερη προσέγγιση που χρησιμοποιείται για να λειτουργήσει με γλωσσικές πληροφορίες είναι η συμβολική, η οποία δρα μέσω άμεσου υπολογισμού στις ετικέτες, λαμβάνοντας υπόψη το νόημα και τα χαρακτηριστικά τέτοιων γλωσσικών μεταβλητών. Υποθέτει ότι το σύνολο γλωσσικών όρων είναι μια διατεταγμένη δομή ενιαία κατανεμημένη σε μια κλίμακα $S = \{s_0,\ldots, s_g\}$ όπου $s_i < s_j$ εάν $i < j$.

Τα ενδιάμεσα αποτελέσματα είναι αριθμητικές τιμές, $\alpha \in [0, g]$, τα οποία πρέπει να προσεγγιστούν σε κάθε βήμα της διαδικασίας μέσω της προσεγγιστικής συνάρτησης $app_2 : [0,g] \rightarrow \{0,\ldots,g\}$, που παράγει μία αριθμητική τιμή, τέτοια που να υποδηλώνει το δείκτη του σχετικού γλωσσολογικού όρου $s_{app2(\alpha)} \in S$. Τυπικά, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$S^n \xrightarrow{C} [0, g] \xrightarrow{app_2(.)} \{0,\ldots, g\} \rightarrow S \text{ , όπου:}$$

- C είναι ο τελεστής συμβολικής γλωσσολογικής προσέγγισης,
- $app_2(\cdot)$ είναι η συνάρτηση γλωσσικής προσέγγισης που χρησιμοποιείται για να προκύψει ένας δείκτης $\{0,\ldots,g\}$ σχετιζόμενος με έναν όρο στο $S = \{s_0,\ldots,s_g\}$ από μία τιμή στο $[0,g]$.

Μια γλωσσική συνάθροιση βασισμένη στη συμβολική προσέγγιση ενεργεί σύμφωνα με το σχέδιο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3. Διαδικασία Συμβολικής Προσέγγισης

Πηγή: Herrera F, Martinez L. (1999) [2] και δική μου επεξεργασία

Αυτές οι μέθοδοι φαίνονται αρκετά φυσικές όταν χρησιμοποιείται η γλωσσική προσέγγιση, επειδή οι γλωσσικές αποτιμήσεις είναι απλά προσεγγίσεις οι οποίες δίνονται όταν είναι αδύνατο ή μη απαραίτητο να εξαχθούν πιο ακριβείς τιμές. Έτσι, σ' αυτήν την περίπτωση, δεν είναι απαραίτητη η χρήση των συναρτήσεων συσχέτισης. Επιπλέον, από την άποψη του υπολογισμού είναι σχετικά απλές και γρήγορες. Στη διεθνή βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφορα είδη τελεστών συνάθροισης γλωσσικής πληροφορίας, όπως τελεστές μη σταθμισμένης και σταθμισμένης γλωσσικής πληροφορίας [6].

Στην πρώτη κατηγορία ανήκει ο τελεστής LOWA – Linguistic Ordered Weighted Average, [6], που συναθροίζει γλωσσικές πληροφορίες με βάση μία δέσμη κριτηρίων ίδιας βαρύτητας και ορίζεται ως ακολούθως:

Έστω ότι $A= \{\alpha_1,\ldots,\alpha_m\}$ είναι ένα σύνολο από ετικέτες που πρέπει να αθροιστούν. Τότε ο τελεστής LOWA, Φ, ορίζεται ως εξής:

$$\Phi(\alpha_1,\ldots,\alpha_m) = W\cdot B^T = \beta^m\{w_k, b_k, k=1,\ldots,m\} = w_1 \cdot b_1 + (1- w_1) \cdot \beta^{m-1} \{\beta_h, b_h, h= 2,\ldots, m\}$$

Όπου $W = [w_1,\ldots, w_m]$ είναι το διάνυσμα βαρών τέτοιο ώστε:

- $w_i \in [0, 1]$
- $\sum_i w_i = 1$
- $\beta_h = \frac{w_h}{\sum_2^m w_k}$, $h = 2,\ldots,m$

και $B = (b_1,\ldots, b_m)$ είναι ένα διάνυσμα σχετισμένο με το A κατά τέτοιο τρόπο ώστε

$$B = \sigma(A) = \{\alpha_{\sigma(1)} ,\ldots, \alpha_{\sigma(n)}\}, \text{ όπου:}$$

- $\alpha_{\sigma(j)} \leq \alpha_{\sigma(i)}$ για κάθε $i \leq j$ και το σ είναι μια αντιμετάθεση για το σύνολο των ετικετών Α.
- β^m είναι ο κυρτός τελεστής συνδυασμού των m ετικετών.

Αν m = 2, τότε ορίζεται ως εξής:

$\beta^2 \{ w_i, b_i, i = 1,2\} = w_1 \cdot s_j + (1- w_1) \cdot s_i = s_k$, $s_j, s_i \in S(j \geq i)$, έτσι ώστε

$k = \min\{T, i + \mathrm{round}(w_i \cdot (j - i))\}$, όπου:

- round είναι η συνηθισμένη λειτουργία στρογγυλοποίησης.
- $b_1 = s_j$, $b_2 = s_i$.

Αν $w_j = 1$ και $w_i = 0$ με $j \neq i$ για κάθε i τότε ο κυρτός συνδυασμός ορίζεται ως:

$$\beta^m \{ w_i, b_i, i = 1,\ldots,m\} = b_j$$

Ο υπολογισμός τώρα του διανύσματος βαρών του τελεστή LOWA, W, είναι ένα βασικό πρόβλημα που πρέπει να λυθεί. Μια πιθανή λύση είναι ότι τα βάρη αντιπροσωπεύουν την έννοια της ασαφούς πλειοψηφίας στη συνάθροιση του τελεστή LOWA χρησιμοποιώντας ένα ασαφή γλωσσικό ποσοτικοποιητή.

Ο Yager πρότεινε ένα διαφανή τρόπο να υπολογιστούν τα βάρη με τη βοήθεια ενός ασαφούς γλωσσικού ποσοτικοποιητή, ο οποίος, στην περίπτωση του μη-φθίνοντα αναλογικού ασαφούς γλωσσικού ποσοτικοποιητή Q, δίνεται από αυτήν την έκφραση [7]:

$w_i = Q(i/n) - Q((i-1)/n)$, $i = 1,\ldots,n$, και

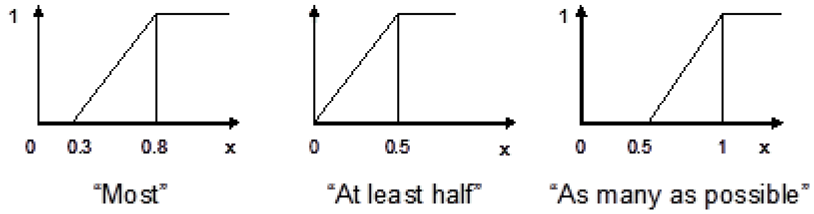
$$Q_{(r)} = \begin{cases} 0, & \alpha\nu \quad r < a, \\ (r-a)/(b-a), & \alpha\nu \quad a \leq r \leq b, \\ 1, & \alpha\nu \quad r > b. \end{cases}$$ με τα $a, b, r \in [0,1]$.

Μερικά παραδείγματα των μη-φθινόντων αναλογικών ασαφών γλωσσικών ποσοτικοποιητών, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν και στην εφαρμογή, είναι τα ακόλουθα:

- *"Most" (0.3, 0.8):* Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις ενδιάμεσες αποδόσεις,
- *"At least half" (0, 0.5*): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις υψηλές αποδόσεις,
- *"As many as possible" (0.5, 1*): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις χαμηλές αποδόσεις,

όπου ο πρώτος αριθμός μέσα σε κάθε παρένθεση συμβολίζει το κάτω όριο (a) και ο δεύτερος αριθμός το πάνω όριο (b).

Όταν ένας ασαφής γλωσσικός ποσοτικοποιητής, Q, χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τα βάρη του τελεστή LOWA, Φ, τότε συμβολίζεται με Φ_Q.



Σχήμα 4. Ασαφείς Γλωσσικοί Ποσοτικοποιητές

Πηγή: Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL. (1998) [6]

Υπάρχουν όμως και τελεστές γλωσσικής συνάθροισης για κριτήρια διαφορετικής σημαντικότητας, LWA – Linguistic Weighted Average.

Ακολουθώντας τις μελέτες του Cholewa [8] και το μοντέλο συνάθροισης του Montero [9], για τη συνάθροιση σταθμισμένης πληροφορίας πρέπει να ορίζονται δύο τελεστές, οι ακόλουθοι:

- Ο τελεστής συνάθροισης των βαρών της πληροφορίας και
- Ο τελεστής συνάθροισης της σταθμισμένης πληροφορίας (πληροφορία συνδυασμένη με βάρη).

Η πρώτη πτυχή συνίσταται στην απόκτηση ενός συλλογικού βαθμού σπουδαιότητας από μεμονωμένους βαθμούς σπουδαιότητας, ο οποίος χαρακτηρίζει το τελικό αποτέλεσμα του τελεστή συνάθροισης.

Από την άλλη μεριά, η συνάθροιση σταθμισμένης πληροφορίας εμπλέκει το μετασχηματισμό της σταθμισμένης πληροφορίας με βάση τα βάρη. Η μορφή του μετασχηματισμού εξαρτάται από τον τύπο της συνάθροισης της σταθμισμένης πληροφορίας που επιτελείται. Οι γενικές ιδιότητες που οποιαδήποτε συνάρτηση μετασχηματισμού σπουδαιότητας g που πρέπει να ικανοποιεί για οποιονδήποτε τύπο τελεστή συνάθροισης είναι οι ακόλουθες [6]:

1. αν $\alpha > b$ τότε $g(w,\alpha) \geq g(w,b)$,
2. η $g(w,\alpha)$ είναι μονότονη στο w,
3. $g(0,\alpha)$ = ID και
4. $g(1,\alpha) = \alpha$,

με τα:

- $\alpha,b \in [0,1]$ να εκφράζουν την ικανοποίηση προς το κριτήριο,
- $w \in [0,1]$, το βάρος που σχετίζεται με το κριτήριο, και
- "ID", ένα στοιχείο ταυτότητας, που είναι τέτοιο ώστε εάν το προσθέσουμε στις συναθροίσεις δεν αλλάζει την τιμή συνάθροισης.

Σε αυτό το πλαίσιο, παραδείγματα συναρτήσεων σύζευξης των βαρών με τις αποδόσεις είναι οι ακόλουθες:

- *Kleene – Dienes's:* $LI_1^{\rightarrow} = Max(Neg_{(w),a})$
- *Godels:* $LI_2^{\rightarrow}(w,a) = \begin{cases} s_T, w \leq a \\ a, \delta\iota\alpha\varphi o\rho\varepsilon\tau\iota\kappa\acute{\alpha} \end{cases}$

- *Fodor's:* $LI_3^{\rightarrow}(w,a) = \begin{cases} s_T, w \leq a \\ Max(Neg_{(w),a}), διαφορετικά \end{cases}$

- *Lukasiewic's:* $LI_3^{\rightarrow}(w,a) = \begin{cases} s_T, w \leq a \\ Neg(w-a), διαφορετικά \end{cases}$

, όπου w-a = $s_h \in S$, με w=s_l, a=s_t και l=t+h

Μοντέλο Διπλής Αναπαράστασης

Η γλωσσική ανάλυση σήμερα εστιάζεται στην ανάπτυξη συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων που να είναι ικανά να διαχειριστούν γλωσσολογική πληροφορία μέσα σε πολυκριτήρια προβλήματα, επιτυγχάνοντας ταυτόχρονα την αποφυγή οποιασδήποτε απώλειας πληροφορίας. Αυτός είναι και ο στόχος του νέου μοντέλου διπλής αναπαράστασης των Herrera et al. [1, 2].

Πιο συγκεκριμένα:

- Έστω S = {s_0 ,…, s_g} ένα σύνολο γλωσσικών στοιχείων. Εάν μια συμβολική μέθοδος, η οποία αθροίζει γλωσσικές πληροφορίες λάβει μια τιμή $\beta \in [0,g]$, αλλά ισχύει $\beta \notin \{0,....,g\}$, τότε χρησιμοποιείται μια προσεγγιστική συνάρτηση $app_2(\cdot)$ για να εκφράσει το αποτέλεσμα της άθροισης στο σύνολο S.
- Έστω β το αποτέλεσμα της άθροισης ενός συνόλου γλωσσικών όρων που έχουν εκφραστεί σε μια γλωσσική κλίμακα S, για παράδειγμα, έστω β το αποτέλεσμα μιας συμβολικής άθροισης, όπου $\beta \in [0,g]$, και g+1 το πλήθος των στοιχείων του S.
- Αν i = round(β) και α = β – i δύο τιμές έτσι, ώστε $i \in [0,g]$ και $\alpha \in [-0.5,0.5)$, τότε η α καλείται συμβολική μετάφραση.

Η συμβολική μετάφραση ενός γλωσσικού όρου, s_i, είναι δηλαδή μια αριθμητική τιμή στο διάστημα [-0.5,0.5), η οποία υποδηλώνει τη "διαφοροποίηση της πληροφορίας" ανάμεσα στην αριθμητική τιμή $\beta \in [0,g]$ που προκύπτει μέσω μιας συμβολικής συνάθροισης, και της πλησιέστερης τιμής στο {0,….,g} που δηλώνει το περιεχόμενο του πλησιέστερου γλωσσικού όρου στο S (i = round(β)).

Από την άποψη αυτήν, αναπτύχθηκε ένα μοντέλο γλωσσικής απεικόνισης, το οποίο απεικονίζει τη γλωσσική πληροφορία μέσω δύο στοιχείων, των (s_i, α_i), με $s_i \in S$ και $a_i \in [-0.5,0.5)$, τέτοια ώστε:

- Το s_i αντιπροσωπεύει τη γλωσσική προέλευση της πληροφορίας.
- Το α_i αποτελεί μια αριθμητική τιμή, η οποία εκφράζει την απόδοση της μετάφρασης από το αρχικό αποτέλεσμα β στο πλησιέστερο όρο i στο σύνολο γλωσσικών στοιχείων (s_i), δηλαδή τη συμβολική μετάφραση.

Το παραπάνω μοντέλο ορίζει ένα σύνολο συναρτήσεων μετάφρασης ανάμεσα σε γλωσσικούς όρους και στη διπλή αναπαράσταση, και ανάμεσα σε αριθμητικές τιμές και στη διπλή αναπαράσταση. Αν S = {s_0, …, s_g} είναι ένα σύνολο γλωσσικών όρων και $\beta \in [0,g]$ μια τιμή που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα μιας συμβολικής συνάθροισης, τότε η διπλή αναπαράσταση που εκφράζει την ισοδύναμη με το β πληροφορία λαμβάνεται από την ακόλουθη συνάρτηση [10]:

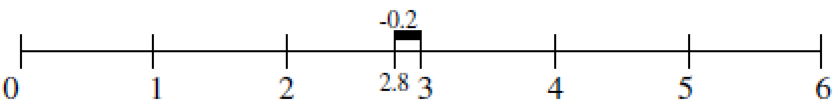
- $\Delta(\beta)=(s_i,\alpha)$, με $\begin{cases} s_i \\ \alpha=\beta-i \end{cases}$, i = round(β), $\alpha_i \in [-0.5, 0.5)$, όπου round(·) η συνήθης συνάρτηση στρογγυλοποίησης, το περιεχόμενο του s_i είναι το πλησιέστερο στο "β" και το "α" είναι η τιμή της συμβολικής μετάφρασης.
- Υπάρχει πάντοτε μια συνάρτηση Δ^{-1} τέτοια, ώστε από 2-tuple να επιστρέφει την αντίστοιχη αριθμητική της αξία $\beta \in [0,g] \subset \Re$. Υπό αυτό το πρίσμα, ορίζεται η ακόλουθη συνάρτηση:
    - $\Delta^{-1}: S \times [-.5,.5) \to [0,g]$
    - $\Delta^{-1}(s_i,\alpha)=i+\alpha=\beta$.

Επιπλέον, η αντιστροφή της διπλής αναπαράστασης μπορεί να οριστεί σαν $n(s_i,a)=\Delta\left[g-\Delta^{-1}(s_i,a)\right]$, όπου $g+1$ είναι το πλήθος της διατεταγμένης γλωσσικής κλίμακας $S=\{s_0,s_1,\ldots,s_g\}$.

Επιπρόσθετα, η σύγκριση δύο γλωσσικών πληροφοριών που απεικονίζονται με τη διπλή αναπαράσταση γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τη διάταξη των γλωσσικών μεταβλητών. Έστω (s_k,a_1) και (s_l,a_2) δύο αναπαραστάσεις γλωσσικής πληροφορίας. Η σύγκριση τότε γίνεται ως ακολούθως:

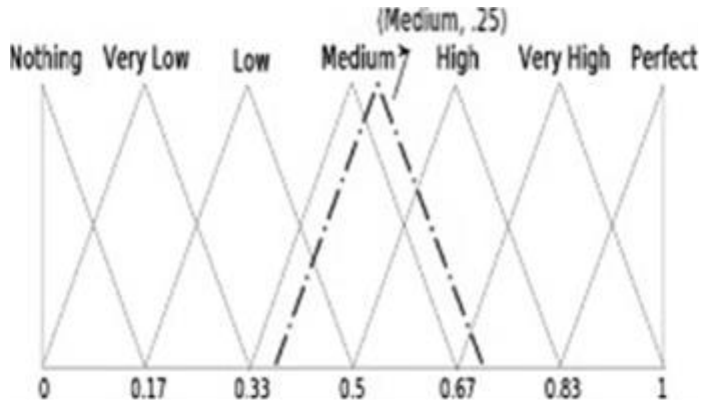
- Αν $k<l$ τότε $(s_k,a_1)<(s_l,a_2)$.
- Αν $k=l$ τότε, τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ισχύουν:
    1. Αν $a_1=a_2$ τότε $(s_k,a_1)=(s_l,a_2)$ που σημαίνει ότι αναπαριστάνουν την ίδια πληροφορία.
    2. Αν $a_1<a_2$ τότε $(s_k,a_1)<(s_l,a_2)$.
    3. Αν $a_1>a_2$ τότε $(s_k,a_1)>(s_l,a_2)$.

Ένα παράδειγμα της διπλής αναπαράστασης είναι αν υποθέσουμε ως γλωσσική κλίμακα την $S=\{s_0,s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6\}$ και ως αποτέλεσμα ενός γλωσσικού αθροιστικού τελεστή, την αριθμητική τιμή $\beta=2.8$. Τότε, η διπλή απεικόνιση της αριθμητικής τιμής $\beta=2.8$ είναι η $\Delta(2.8)=(s_3,-0.2)$.



Σχήμα 5. Παράδειγμα Συμβολικής Μετάφρασης

Ας θεωρήσουμε ότι *β*=3.25 είναι η τιμή που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα της διαδικασίας της συμβολικής προσέγγισης στο σύνολο των γλωσσικών όρων, *S* = {s_0: *Nothing*, s_1: Very *Low*, s_2: *Low*, s_3: *Medium*, s_4: *High*, s_5: *Very High*, s_6: *Perfect*}. Τότε, η διπλή αναπαράσταση εκφράζει την αντίστοιχη πληροφορία του *β* ως (Medium, .25), όπως απεικονίζεται και στο ακόλουθο Σχήμα 6.



Σχήμα 6. Απεικόνιση Διπλής Αναπαράστασης

Πηγή: L. Martinez, F. Herrera (2012) [10]

Με βάση την αρχή ότι η συνάθροιση γλωσσικών πληροφοριών πρέπει να έχει σαν αποτέλεσμα την επίτευξη μίας τιμής που αθροίζει τις προηγούμενες, έτσι και στη διπλή απεικόνιση η συνάθροιση μίας ομάδας διπλών αναπαραστάσεων πρέπει να είναι πάλι μια διπλή αναπαράσταση. Κάθε αριθμητικός αθροιστικός τελεστής μπορεί να επεκταθεί ώστε να συνδυάζει διπλές αναπαραστάσεις και να καταλήγει σε ένα αποτέλεσμα διπλής αναπαράστασης, με τη βοήθεια και των συναρτήσεων Δ και Δ^{-1}, όπως προσδιορίστηκαν παραπάνω. Οι τελεστές του αριθμητικού μέσου και του σταθμισμένου μέσου όρου, με βάση τη διπλή αναπαράσταση μπορούν να οριστούν ως εξής:

- Έστω $x=\{(x_1,a_1),(x_2,a_2),\ldots,(x_n,a_n)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων. Ο αριθμητικός μέσος διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως:

$$M\left((x_1,a_1),(x_2,a_2),\ldots,(x_n,a_n)\right)=\Delta\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta^{-1}(x_i,a_i)\right]=\Delta\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\beta_i\right].$$

και επιτρέπει να γίνονται υπολογισμοί χωρίς να χάνεται πληροφορία.

- Έστω $x=\{(x_1,a_1),(x_2,a_2),\ldots,(x_n,a_n)\}$ ένα σύνολο από διπλές αναπαραστάσεις και $W=\{w_1,w_2,\ldots,w_n\}$ με $w_i \geq 0$ να είναι τα σχετιζόμενα βάρη τους.

  Ο διπλής αναπαράστασης σταθμισμένος μέσος όρος είναι:

$$M\left((x_1,a_1),(x_2,a_2),\ldots,(x_n,a_n)\right)=\Delta\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta^{-1}(x_i,a_i)\right)\cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n}w_i}\right]=\Delta\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}\beta_i\cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n}w_i}\right].$$

Χρήση Μοντέλου Διπλής Αναπαράστασης στη Συμβολική Προσέγγιση

Η πρωτότυπη μεθοδολογία που παρουσιάζεται από τους Doukas et al [11] στηρίζεται στον τελεστή LOWA, με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση την διπλή αναπαράσταση, για να αποφευχθεί η χρήση του τελεστή στρογγυλοποίησης που οδηγεί σε απώλεια πληροφορίας. Σκοπός της χρήσης της μεθόδου είναι η αναγνώριση εκείνων των προτάσεων που εξυπηρετούν σε μεγαλύτερο βαθμό τα χαρακτηριστικά των εμπλεκομένων.

Ο «2-tuple LOWA» μπορεί να οριστεί ως ακολούθως:

Έστω $A = \{(r_1, a_1), \ldots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο γλωσσικών αναπαραστάσεων, τέτοιο ώστε $(r_i, a_i) \in S \times [-0.5, 0.5)$. Το διάνυσμα άθροισης για τη διπλή αναπαράσταση γίνεται ως εξής:

$EC^m\{w_i, (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}), j=1,\ldots m\} = \Delta(w_1 \cdot \Delta^{-1}(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}) + (1-w_1)\,\Delta^{-1}(EC^{m-1}\{\eta_h, (r_{\sigma(h)}, a_{\sigma(h)}), h=2, \ldots, m\}))$

Με το $\eta_h = w_h / \Sigma_2^m w_k$, h=2, …, m, και $W = [w_1, \ldots, w_m]$ να είναι το διάνυσμα βαρών σε σχέση με το A, τέτοιο ώστε:

- $w_i \in [0, 1]$
- $\Sigma_i w_i = 1$
- $B=\{(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}), (r_{\sigma(m)}, a_{\sigma(m)})\}$, είναι ένα διατεταγμένο σύνολο του A, τέτοιο ώστε, $(r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}) \leq (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), \ \forall\ i \leq j$.

Με βάση τα παραπάνω, οι υπολογισμοί γίνονται ως ακολούθως:

$$EC^m\{w_i, (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}), j=1,\ldots m\} = \Delta\left(\sum_{\iota=1}^{m} w_i\, \Delta^{-1}((r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}))\right) = \Delta\left(\sum_{\iota=1}^{m} w_i\, \beta_{\sigma(i)}\right),$$

$$\text{όπου } \beta_{\sigma(i)} = \Delta^{-1}(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$$

Αν m=2, τότε ορίζεται ως εξής:

$$EC^2\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i=1,2\} = \Delta(w_1 \cdot \Delta^{-1}(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}) + (1-w_1)\,\Delta^{-1}(r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)})) = (r_f, a_f),$$

$$\text{τέτοιο ώστε } (r_f, a_f) = \Delta(\beta_{\sigma(j)} + w_1(\beta_{\sigma(i)} - \beta_{\sigma(j)}))$$

Αν $w_j=1$ και $w_i=0$ with $i \neq j\ \forall i$, τότε το διάνυσμα άθροισης ορίζεται ως εξής:

$$EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i=1, \ldots m\} = (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}).$$

Με αυτό τον τρόπο, οι προσεγγιστικοί υπολογισμοί ελαχιστοποιούνται. Σε αυτό το πλαίσιο, ο τελεστής LOWA διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως ακολούθως:

Έστω $A = \{(r_1, a_1), \ldots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων που πρέπει να συναθροιστούν, τότε ο αντίστοιχος τελεστής του LOWA, Φ^e, ορίζεται ως ακολούθως:

$$\Phi^e[(r_1, a_1), \ldots, (r_m, a_m)] = W \cdot B^T = EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i=1, \ldots m\}$$

Βιβλιογραφία

[1] Herrera F, Martinez L. (2000), "A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words", IEEE Trans Fuzzy Syst, 8(6):746–752.

[2] Herrera F, Martinez L. (1999), "A 2-Tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words", Department of Computer Science and Artificial Intelligence, Technical Report #DESCAI-990102.

[3] Degani R, Bortolan G. (1988), "The problem of linguistic approximation in clinical decision making", Int J Approx Reason, 2: 143–162.

[4] Bonissone PP, Decker KS. (1986). "Selecting uncertainty calculi and granularity: An experiment in trading – off precision and complexity", In Uncertainty in Artificial Intelligence, Kanal LH, Lemmer JF., Eds. Amsterdam, The Netherlands: North – Holland, pp.217-247.

[5] Herrera F, S. Alonso, F. Chiclana, E. Herrera-Viedma. (2009). "Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects". Fuzzy Optim Decis Making, 8:337–364.

[6] Herrera F, Herrera-Viedma E. (2000), "Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information", Fuzzy Sets and Systems 115: 67-82.

[7] Yager RR. (1988), "On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 18: 183-190.

[8] Cholewa W. (1985), "Aggregation of fuzzy opinions: An axiomatic approach", Fuzzy Sets and Systems, 17: 249-259.

[9] Montero J. (1988), "Aggregation of fuzzy opinions in a non-homogeneous group", Fuzzy Sets and Systems, 25: 15-20.

[10] Martinez, F. Herrera (2012). "An overview on the 2-tuple linguistic model for computing with words in decision making: Extensions, applications and challenges", Information Sciences, 207 1–18.

[11] Doukas H, Botsikas A, Psarras J. (2006), "Multi-criteria decision aid for the formulation of sustainable technological energy priorities using linguistic variables", European Journal of Operational Research, 182(2), 844-855.